Aufgaben zum Thema **BCH Codes**

Aufgabe 6.1 Für $i = 1, \dots, n$ seien a_i, v_i Elemente in einem Erweiterungskörper von K, wobei die $v_i \neq 0$ für alle i und die a_i paarweise verschieden sind. Zeigen Sie, dass der über die Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} v_1 & \cdots & v_n \\ a_1 v_1 & \cdots & a_n v_n \\ a_1^2 v_1 & \cdots & a_n^2 v_n \\ \vdots & & \vdots \\ a_1^{d-2} v_1 & \cdots & a_n^{d-2} v_n \end{pmatrix}$$

definierte Code über K eine Minimaldistanz größer oder gleich d hat.

Aufgabe 6.2 Es seien die Polynome $a_k(x)$ und $b_k(x)$ rekursiv definiert wie

$$\Big(a_{-1}(x), b_{-1}(x)\Big) = (1,0) \text{ und } \Big(a_0(x), b_0(x)\Big) = (0,1)$$

sowie

$$\Big(a_k(x), b_k(x)\Big) = \Big(a_{k-2}(x), b_{k-2}(x)\Big) - q_k(x)\Big(a_{k-1}(x), b_{k-1}(x)\Big)$$

(siehe Bemerkung 8.5 der Vorlesung). Beweisen Sie, dass

$$\det\begin{pmatrix} a_k(x) & b_k(x) \\ a_{k-1}(x) & b_{k-1}(x) \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} a_{k-2}(x) & b_{k-2}(x) \\ a_{k-1}(x) & b_{k-1}(x) \end{pmatrix} = \cdots = \pm \det\begin{pmatrix} a_{-1}(x) & b_{-1}(x) \\ a_0(x) & b_0(x) \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6.3 Es sei $K = \mathbb{F}_7 = \{0, 1, \dots, 6\}$ und $(a_1, a_2, \dots, a_6) = (1, 2, \dots, 6)$.

a) Berechnen Sie

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & \cdots & a_6 \\ a_1^2 & \cdots & a_6^2 \\ a_1^3 & \cdots & a_6^3 \end{pmatrix}$$

b) Bestimmen Sie die Parameter des Codes $C = \big\{ c \in K^6 \,\big|\, Hc^T = 0 \big\}$.

c) Decodieren Sie die Wörter $(0, 2, 5, 0, 1, 1)$ und $(5, 2, 5, 0, 1, 0)$.