

Antworten zu den Beispielaufgaben zum Thema **Fourierreihen II**

Aufgabe 10.1 Bestimmen Sie die Fourierreihenentwicklung der Funktion $f(x)$.

a) $f(x) = x, 1 < x < 3.$

$$f(x) \sim 2 + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin \pi n x.$$

b) $f(x) = x^2, -1 < x < 1.$

$$f(x) \sim \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin \pi n x.$$

c) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x < 2, \\ 3 - x, & 2 \leq x < 3. \end{cases}$

$$f(x) \sim \frac{2}{3} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\frac{\pi n}{3})}{n^2} \cos 2\frac{\pi}{3} n x.$$

d) $f(x) = \begin{cases} \pi - 2x, & 0 < x < \pi, \\ \pi + 2x, & -\pi < x \leq 0. \end{cases}$

$$f(x) \sim \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)x}{(2n+1)^2}.$$

e) $f(x) = \begin{cases} \pi - 2x, & 0 < x < \pi, \\ -\pi - 2x, & -\pi < x < 0. \end{cases}$

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n x}{n}.$$

Aufgabe 10.2 Bestimmen Sie die Fourierreihenentwicklung der Funktion $f(x)$ in komplexer Form.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \pi, \\ -1, & \pi < x < 2\pi. \end{cases}$$

$$f(x) \sim -\frac{2i}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n+1)x}}{2n+1}.$$

$$\text{b) } f(x) = e^x, \quad -\pi < x < \pi.$$

$$f(x) \sim \frac{e^{\pi} - e^{-\pi}}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 - in} e^{inx}.$$

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & 1 < x < 3. \end{cases}$$

$$f(x) \sim \frac{1}{3} + \frac{1}{2\pi i} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{1 - e^{2\pi ni/3}}{n} e^{2\pi nxi/3}.$$