

Beispielaufgaben zum Thema **Taylor-Entwicklung**

Aufgabe 3.1 Es seien $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung von $\cosh x$ und $\sinh x$ im Punkt 0

- a) nach Definition, d.h. durch berechnen der Ableitungen;
- b) unter Benutzung der Taylor-Entwicklung von e^x und Rechenregeln.

Aufgabe 3.2 Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung von $\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ im Punkt 0 nach Definition.

Aufgabe 3.3 Unter Benutzung von bekannten Entwicklungen von e^x , $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$ berechnen Sie die Taylor-Entwicklungen folgender Funktionen im Punkt 0:

- a) $e^{\frac{x}{2}+2}$, *Hinweis:* $e^{\frac{x}{2}+2} = e^2 e^{\frac{x}{2}}$,
- b) $\frac{1}{1-x}$,
- c) $\frac{1}{1+x^2}$,
- d) $\frac{1}{2x+3}$, *Hinweis:* $\frac{1}{2x+3} = \frac{1}{3(1+\frac{2x}{3})}$,
- e) $\ln(1-x)$,
- f) $\ln(5-4x)$, *Hinweis:* $\ln(5-4x) = \ln(5(1-\frac{4x}{5})) = \ln 5 + \ln(1-\frac{4x}{5})$.

Aufgabe 3.4 Berechnen Sie die Taylor-Entwicklungen folgender Funktionen im Punkt 0:

- a) $(x+5)e^{2x}$,
- b) $\ln\left(\frac{1+2x}{1-x}\right)$, *Hinweis:* $\ln\left(\frac{1+2x}{1-x}\right) = \ln(1+2x) - \ln(1-x)$.

Aufgabe 3.5 Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklungen folgender Funktionen im Punkt 0 mit $o(x^n)$:

- a) $e^x \ln(1+x)$, $n = 4$,
- b) $(1-x+x^2)^3$, $n = 2$,
- c) $(1-2x+3x^2+4x^3)^3$, $n = 5$,
- d) $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$, $n = 3$,
- e) $\ln^3(1-\frac{x}{2})$, $n = 3$.