

Beispielaufgaben zum Thema **Partielle Ableitung**

Aufgabe 6.1 Berechnen Sie die ersten partiellen Ableitungen der Funktion f :

- a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy,$
- b) $f(x, y) = \frac{x(x - y)}{y^2},$
- c) $f(x, y) = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x},$
- d) $f(x, y) = e^x(\cos y + x \sin y),$
- e) $f(x, y, z) = xy + yz + zx,$
- f) $f(x, y, z) = \frac{x}{z} + \frac{z}{x},$
- g) $f(x, y, z) = \frac{y}{z} + \arctan \frac{z}{x} + \arctan \frac{x}{z},$
- h) $f(x, y, z) = z^{xy}.$

Aufgabe 6.2 Berechnen Sie den Gradienten der Funktion f im gegebenen Punkt v :

- a) $f(x, y) = \frac{x}{y^2}, v = (1, 1).$
- b) $f(x, y) = \ln \left(1 + \frac{x}{y} \right), v = (1, 2).$
- c) $f(x, y) = xye^{\sin(\pi xy)}, v = (1, 1).$
- d) $f(x, y, z) = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}, v = (1, 0, 1).$
- e) $f(x, y, z) = \arctan \frac{xy}{z^2}, v = (3, 2, 1).$
- f) $f(x, y, z) = \left(xy + \frac{x}{y} \right)^z, v = (1, 1, 1).$

Aufgabe 6.3 Berechnen Sie die zweiten partiellen Ableitungen der Funktion f :

- a) $f(x, y) = xy(x^3 + y^3 - 3),$
- b) $f(x, y) = e^{xy},$
- c) $f(x, y) = \arctan \frac{x + y}{1 - xy}, xy \neq 1,$
- d) $f(x, y) = x(1 + y^2 z^3),$
- e) $f(x, y) = \sin(x + y + z).$

Aufgabe 6.4 Untersuchen Sie die Funktion $u(x, y)$ auf lokale Extrema:

a) $u(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 12x - 3y,$

b) $u(x, y) = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2,$

c) $u(x, y) = 3x^2y + y^3 - 12x - 15y + 3,$

d) $u(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2,$

e) $u(x, y) = (x + y^2)e^{\frac{x}{2}}.$