Elementarmathematik – SS 2017 **Blatt 1**

Dr. Anton Malevich

Aufgabe 1.1 Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke mit Summenzeichen und berechnen Sie diese:

a) $3 + 6 + 9 + 12 + \ldots + 66$,

b) die Summe der ungeraden Zahlen zwischen 1000 und 2000,

c) die Summe der natürlichen Zahlen von je maximal 3 Ziffern, die auf 2 oder 7 enden,

d) die Summe der ersten 12 natürlichen Zahlen, die nicht durch 3 teilbar sind,

e) die Summe der ersten 20 natürlichen Zahlen, die durch 2 und durch 3 teilbar sind,

f) $2 + 4 + 8 + \ldots + 256$,

g) $2 + 6 + 18 + 54 + \ldots + 1458$,

h#) $5 + 13 + 25 + 41 + \ldots + 221$.

Aufgabe 1.2 Berechnen Sie die folgenden Summen:

a) $\sum_{k=1}^{4} 2^{2^k}$ b) $\sum_{l=1}^{7} l!$ c) $\sum_{m=1}^{100} (-1)^m m$

Aufgabe 1.3 Betrachten Sie die Summen

$$1, \quad 1+3, \quad 1+3+5, \quad 1+3+5+7, \quad \ldots$$

Wie kann man diese Summen (zeichnerich) veranschaulichen? Welchen Wert kann man für die n-te Summe vermuten? Beweisen Sie Ihre Vermutung mit Induktion.

Aufgabe 1.4 Sei $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit Induktion:

a) $n^2 - 1$ ist für alle ungerade $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, durch 8 teilbar.

b) $3^{2n+1} + 2^{n-1}$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 7 teilbar.

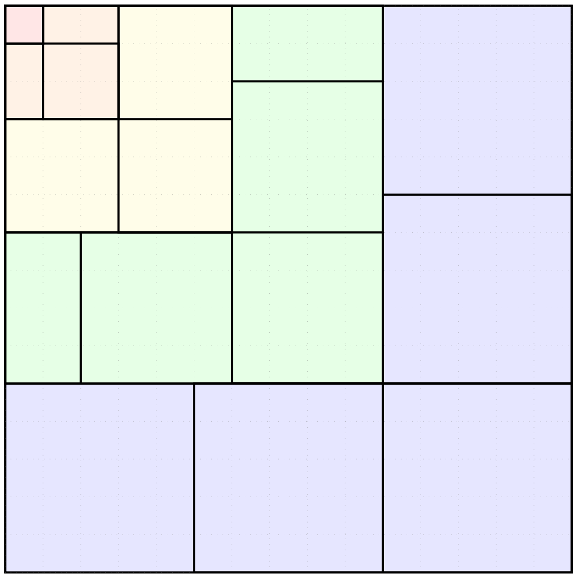
c) $\displaystyle\sum_{m=2}^{n} \frac{1}{(m-1)m} = 1 - \frac{1}{n}.$

d) $n^2 \geq 2n + 2$ für alle $n \geq 3$.

e#) $2^n \geq n^2 - 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 1.5 Eine Pizza wird durch n Geraden in Stücke geschnitten. Die Schnitte können beliebig verlaufen. Wie viele Pizzastücke können höchstens entstehen? Stellen Sie eine Vermutung auf und beweisen Sie diese mit Induktion.

Aufgabe 1.6 Sei $n \in \mathbb{N}$. Dass die Formel $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = (1 + 2 + \ldots + n)^2$ stimmt, zeigt das folgende Bild:



Beweisen Sie diese Formel nun mit Induktion!
(Hinweis: Die rechte Seite ist die n-te Dreieckszahl zum Quadrat.)