

Fragen zur Selbstkontrolle

Thema 0 Grundlagen (siehe auch Auffrischkurs)

- Was ist eine Primzahl? Wie finde ich die Primfaktoren einer natürlichen Zahl? Wie bestimme ich den größten gemeinsamen Teiler und den kleinsten gemeinsamen Vielfachen zweier natürlichen Zahlen?
- Wie bestimmt man die Nullstellen eines Polynoms der Form $ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$? Unter welcher Voraussetzung hat dieses Polynom keine bzw. eine bzw. zwei verschiedene reelle Nullstellen?
- Habe ich nicht vergessen, wie man Brüche addiert? Wie sieht es mit Summe zweier rationalen Funktionen (Quotient von Polynomen) aus?
- Was sind die binomische Formeln, der binomische Lehrsatz, Binomialkoeffizienten?
- Was sind π und e ? Wie sind sie definiert, was ist ihr ungefährender Wert?
- Was sind die trigonometrischen Funktionen, wie sind sie definiert? Kenne ich die wichtigsten trigonometrischen Formeln: Grundformel, Additionstheoreme, Verdopplungsformeln, Phasenverschiebung?
- Wie hängen Winkelmaß und Bogenlänge eines Winkels zusammen?
- Was sind die Werte von \sin , \cos , \tan von 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, π ?
- Wie leitet man Funktionen ab? Kenne ich die Ableitungen elementarer Funktionen auswendig? Was sind Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel?
- Was versteht man unter dem Integral einer Funktion? Wie berechnet man Integrale? Was ist eine Stammfunktion? Wie hängen Stammfunktionen und Ableitungen zusammen?
- Welche Rechenregeln kann man beim Integrieren benutzen? Was sind die Substitutionsregel und partielle Integration?

Thema 1 Die ganzen Zahlen und Induktion

Grundlage: Vorlesungskript, Kapitel 1

- Was sind die geometrischen und arithmetischen Folgen? Kenne ich die Summenformeln für diese Folgen?
- Was ist das Prinzip der vollständigen Induktion? Kann man jede Aussage mit Induktion beweisen, und wenn nicht, dann welche? Was hat Induktion mit natürlichen Zahlen zu tun?
- Aus welchen drei Schritten besteht jeder Induktionsbeweis?
- Ist Induktionsanfang tatsächlich so wichtig? Kann man ihn nicht einfach weglassen?
- Was sind die Binomialkoeffizienten, welche Eigenschaften haben sie? Was ist das Pascalsche Dreieck? Was ist der binomische Lehrsatz?
- Was sind die Dreieckszahlen? Was haben sie mit Binomialkoeffizienten zu tun?

- Kann ich die Formeln für die Summen der Dreieckszahlen, Quadratzahlen und Kubikzahlen beweisen?

Thema 2 Rationale Zahlen

Grundlage: Vorlesungsskript, Kapitel 2

- Was ist Division mit Rest?
- Was bedeutet es, wenn $a \equiv b \pmod{n}$ ist? Was sind die Rechenregeln für Kongruenzen modulo n ?
- Kenne ich die Regeln für die Teilbarkeit durch 2, 3, 5, 9? Wie kann ich eine Regel für die Teilbarkeit durch eine beliebige Zahl erstellen?
- Wann ist Dezimalentwicklung eines Bruches abbrechend, wann periodisch? Wie bestimmt man die Dezimalentwicklung eines Bruches? Wie kann man umgekehrt den Bruch zu einer gegebenen Dezimalentwicklung finden?
- Kann ich beweisen, dass $\sqrt{2}$ irrational ist? Kann ich den Beweis auf \sqrt{p} für eine beliebige Primzahl p verallgemeinern?

Thema 3 Reelle Zahlen und Grenzwerte

Grundlage: Vorlesungsskript, Kapitel 3

- Wie ist der Grenzwert einer Folge definiert? Was sind die Rechenregeln für Grenzwerte? Was ist das “Sandwich”-Lemma (“Polizisten”-Lemma)?
- Welche elementare Grenzwerte kenne ich? Wie berechne ich den Grenzwert eines Quotients?
- Was versteht man unter einer unendlichen Summe, einem unendlichen Produkt? Was ist die Summe einer geometrischen Reihe?
- Was ist der Monotoniesatz? Liefert der Monotoniesatz auch den Grenzwert der Folge?
- Was sind Theons und Herons Verfahren für die Annäherung an $\sqrt{2}$? Verstehe ich, warum die Verfahren konvergieren? Welches der beiden Verfahren ist “schneller”?
- Was versteht man unter der harmonischen Reihe? Kann ich beweisen, dass die harmonische Reihe divergiert?
- Wie ist der verallgemeinerte Binomialkoeffizient $\binom{s}{k}$, $s \in \mathbb{R}$, definiert? Was ist die binomische Reihe?
- Wie kann man mit Hilfe der binomischen Reihe beliebige Wurzeln annähern? Wie sieht das Verfahren z.B. konkret für $\sqrt{37}$ aus?

Thema 4 Komplexe Zahlen

Grundlage: Vorlesungsskript, Kapitel 4

- Wie ist die Zahl i definiert? Was ist eine komplexe Zahl?
- Wie addiert bzw. multipliziert man komplexe Zahlen? Welche Rechenregel gelten in \mathbb{C} ? Für welche $z \in \mathbb{C}$ ist die multiplikative Inverse z^{-1} definiert? Wie berechnet man diese?
- Was sind Realteil, Imaginärteil, (Absolut)betrag, Argument, komplex konjugierte einer komplexen Zahl?

- Welchen Zusammenhang gibt es zwischen komplexen Zahlen und der reellen Ebene \mathbb{R}^2 ? Was ist die Gaußsche Zahlenebene? Wie kann ich Addition bzw. Multiplikation zweier komplexen Zahlen geometrisch deuten?
- Kann ich folgende Mengen skizzieren:
 $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$, $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \leq 1\}$, $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z \geq 1\}$, $\left\{z \in \mathbb{C} : \frac{\pi}{6} \leq \operatorname{Arg} z \leq \frac{\pi}{3}\right\}$?
- Was versteht man unter Polardarstellung komplexer Zahlen? Inwiefern ist diese Darstellung nützlich?
- Wie kann man trigonometrische Funktionen \sin , \cos , \tan definieren?
- Wie lassen sich die Additionstheoreme für Sinus und Cosinus leicht mittels Geometrie der komplexen Multiplikation beweisen?
- Was ist die De Moivresche Formel? Verstehe ich deren Beweis? Wie kann ich mithilfe dieser Formel komplexe Zahlen leicht potenzieren?
- Welche komplexe Zahlen werden n -te Einheitswurzeln genannt? Wie berechnet man die n -ten Wurzeln einer Zahl $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$? Wieviele gibts es?
- Ecken welcher Figur bilden die n -ten Wurzeln einer komplexen Zahl?
- Wie findet man alle Lösungen einer kubischen Gleichung, wenn man eine Lösung kennt bzw. raten kann? Wie geht man im Allgemeinen fort, wenn keine Lösung bekannt ist? Was ist die Cardanische Formel?

Thema 5 Erste Maßbestimmungen

Grundlage: Vorlesungsskript, Kapitel 5

- Wie kann man die Fläche einer krummen Figur berechnen? Wie berechnet man z.B. die Fläche unter dem Graphen von $y = x^k$?
- Was ist das Volumen eines Kegels, einer Kugel, eines Zylinders? Wie hängen diese zusammen?
- Wie ist die Kreiszahl π definiert? Was ist der ungefähre numerische Wert von π ? Was ist das Archimedes-Verfahren für die Annäherung von π ?
- Wie kann man eine Strecke von Länge π konstruieren? Was ist die Formel von Vieta?

Thema 6 Exponentialfunktion und Logarithmus

Grundlage: Vorlesungsskript, Kapitel 6

- Wie lässt sich die Fläche $A(a, b)$ unter der Hyperbel $y = \frac{1}{x}$ für $a \leq x \leq b$ berechnen? Welche Homogenitätseigenschaft hat diese Funktion $A(a, b)$?
- Was ist der natürliche Logarithmus \ln ? Wie ist $\ln x$, $0 < x < 1$ definiert? Wie lässt sich $\ln x$ einfach annähern?
- Was bedeutet es, dass die Exponentialfunktion e^x eine Umkehrfunktion des natürlichen Logarithmus $\ln x$ ist. Kann ich die Eigenschaften der Exponentialfunktion allein mit Hilfe dieser Tatsache beweisen?
- Wie lässt sich die Exponentialfunktion a^x bzw. der Logarithmus $\log_a x$ zu einer beliebigen Grundzahl $0 < a \neq 1$ auf die Funktion e^x bzw. $\ln x$ zurückführen?

Thema 7 InfinitesimalrechnungGrundlage: Vorlesungsskript, Kapitel 7

- Was versteht man unter dem Integral einer Funktion?
- Wie ist die Ableitung einer Funktion mittels eines Grenzwertes eingeführt?
- Wie berechnet man Integrale? Was ist eine Stammfunktion? Was ist der Hauptsatz der Integral- und Differenzialrechnung?
- Welche Rechenregeln für Differentiation kenne ich? Kann ich diese Regeln beweisen?
- Welche Rechenregeln für Integration gibt es? Was sind insbesondere die Substitutionsregel und die partielle Integration? Kann ich diese Regeln aus denen für Differentiation folgern?
- Kenne ich die Ableitungen elementarer Funktionen auswendig? Kann ich diese Ableitungen auch nach Definition über den Grenzwert beweisen?
- Wie berechnet man die Ableitung einer Umkehrfunktion?