

DR. ANTON MALEVICH

Aufgabe 0.1 Diese Aufgabe sollten Sie mit Ihren Schulkenntnissen lösen können.

Berechnen Sie die folgenden Terme und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\frac{23}{4} + \frac{1}{5} / \left(\frac{15}{4} - \frac{7}{2}\right)$

b) $\frac{19}{21} / \left(5\frac{3}{7} + 1\frac{5}{14}\right) + \frac{1}{5} \cdot 4\frac{1}{3}$

c) $2^{10}3^{10} - 6^46^6 + 2^{-2}$

d) $\log_2(8 \cdot 32) + \log_3\left(\frac{1}{9}\right) - \ln(e^6)$

e) $e^{3 \ln(2)} - \left(2^{\log_{10}(10^3)}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + e^0$

Geben Sie die genauen Werte an und begründen Sie geometrisch:

f) $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

g) $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$

h) $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Leiten Sie ab

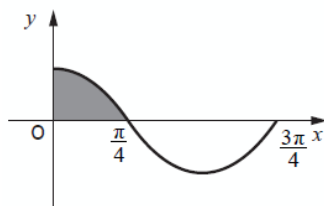
i) $f(x) = (x^2 + \frac{3}{2}x + 1) \cdot (2x^2 - 3x - 5)$

j) $g(x) = \sin(2x^2)$

Lösen Sie die folgenden Aufgaben:

- k) Herr Müller kauft für 1000€ Aktien. Im ersten Jahr fällt der Aktienkurs um 10% im nächsten Jahr steigt er wieder um 10%. Wie viel sind Herr Müllers Aktien jetzt wert?
- l) Herr Meier legt 100€ zu 2 % Zinsen pro Jahr an. Wie viel Geld hat er nach 2 Jahren?
- m) Eine Firma aus der Eurozone möchte ein neues Smartphone vermarkten, welches in der Herstellung 200€ kostet. Nach aktuellen Umfragen wären 60% der Kunden bereit, 400€ für das Handy zu zahlen, während 30% bereit wären, 700 zu zahlen. Angenommen, der Anteil der Konsumenten, die bereit sind, einen Preis zu bezahlen, nehme linear mit dem Preis ab. Wie muss der Hersteller den Preis wählen, um seinen Gewinn zu maximieren? Hierbei nehmen wir an, dass nur so viele Handys hergestellt werden, wie auch verkauft werden können.

Aufgabe 0.2 Das Diagramm zeigt einen Teil des Graphen von $y = a \cos bx$. Die graue Fläche beträgt $\frac{1}{2}$ Einheiten².



Berechnen Sie $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} a \cos bx \, dx$.

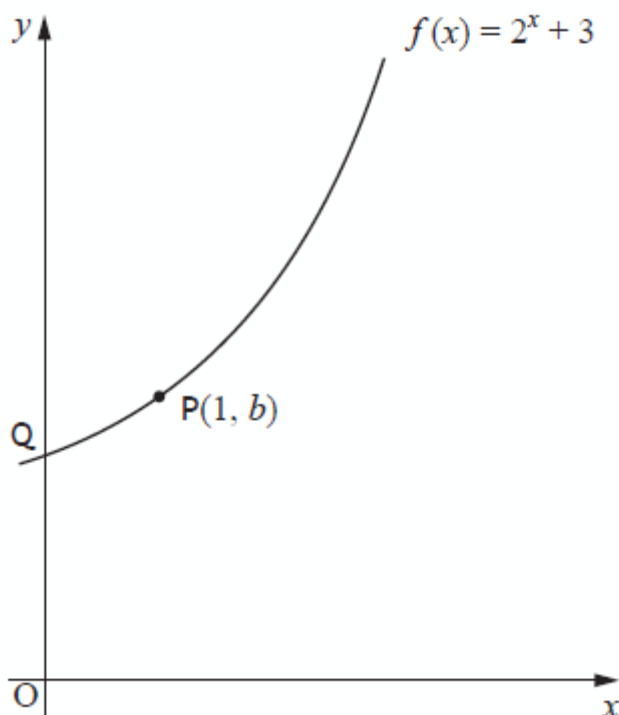
Aufgabe 0.3 Ein Frosch und eine Kröte sind in einen 50 Meter tiefen Brunnen gefallen. Jeden Tag klettert der Frosch 32 Meter hoch, und ruht sich über Nacht aus. Während der Nacht rutscht er $\frac{2}{3}$ seiner Höhe (vom Boden) hinab. Die Kröte klettert täglich 13 Meter vorm Ausruhen. Nachtsüber rutscht sie $\frac{1}{4}$ ihrer Höhe (vom Boden) hinab.

Bestimmen Sie, ob eine(r) von den Beiden entkommt. Falls ja, am welchen Tag?

Aufgabe 0.4 Es sei $\tan 2x = \frac{3}{4}$ für ein $0 < x < \frac{\pi}{4}$.

Bestimmen Sie den genauen Wert von $\cos 2x$ und $\cos x$.

Aufgabe 0.5 Es sei die Funktion $f(x) = 2^x + 3$ gegeben. Der Graph $y = f(x)$ geht durch den Punkt P mit Koordinaten $(1, b)$ und schneidet die y -Achse im Punkt Q .



a) Bestimmen Sie b .

b) Skizzieren Sie den Graphen $y = f^{-1}(x)$ der inversen Funktion. (Was sind die Koordinaten der Bilder von P und Q beim Invertieren?)

Aufgabe 0.6 Die Änderungsrate der Temperatur T ($^{\circ}\text{C}$) einer Tasse Kaffee sei gegeben durch

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{25}t - k, \quad 0 \leq t \leq 50,$$

wobei

- t die Ablaufzeit (in Minuten) bezeichnet, nachdem Kaffee in die Tasse gegossen wurde,
- k eine Konstante ist,
- am Anfang ($t = 0$) die Temperatur 100 $^{\circ}\text{C}$ betrug,
- nach 10 Minuten die Temperatur 82 $^{\circ}\text{C}$ beträgt.

Drücken Sie T als eine Funktion in t aus.