

DR. ANTON MALEVICH

**Aufgabe 1.1** Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke mit Summenzeichen und berechnen Sie diese:

a)  $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 66,$

b) die Summe der ungeraden Zahlen zwischen 1000 und 2000,

c) die Summe der natürlichen Zahlen von je maximal 3 Ziffern, die auf 2 oder 7 enden,

d) die Summe der ersten 12 natürlichen Zahlen, die nicht durch 3 teilbar sind,

e) die Summe der ersten 20 natürlichen Zahlen, die durch 2 und durch 3 teilbar sind,

f)  $2 + 4 + 8 + \dots + 256,$

g)  $2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458,$

h#)  $5 + 13 + 25 + 41 + \dots + 221.$

**Aufgabe 1.2** Berechnen Sie die folgenden Summen:

a)  $\sum_{k=1}^4 2^{2^k}$

b)  $\sum_{l=1}^7 l!$

c)  $\sum_{m=1}^{100} (-1)^m m$

**Aufgabe 1.3** Betrachten Sie die Summen

$$1, \quad 1 + 3, \quad 1 + 3 + 5, \quad 1 + 3 + 5 + 7, \quad \dots$$

Wie kann man diese Summen (zeichnerisch) veranschaulichen? Welchen Wert kann man für die  $n$ -te Summe vermuten? Beweisen Sie Ihre Vermutung mit Induktion.

**Aufgabe 1.4** Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit Induktion:

a)  $n^2 - 1$  ist für alle ungerade  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ , durch 8 teilbar.b) Die Zahl  $5^n + 7$  ist für alle  $n \in \mathbb{N}$  durch 4 teilbar.

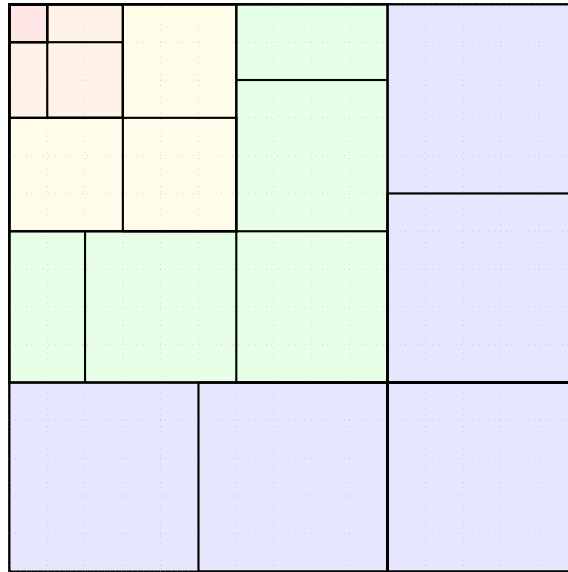
c)  $\sum_{m=2}^n \frac{1}{(m-1)m} = 1 - \frac{1}{n}.$

d)  $n^2 \geq 2n + 2$  für alle  $n \geq 3$ .

e#)  $2^n \geq n^2 - 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

**Aufgabe 1.5** Eine Pizza wird durch  $n$  Geraden in Stücke geschnitten. Die Schnitte können beliebig verlaufen. Wie viele Pizzastücke können höchstens entstehen? Stellen Sie eine Vermutung auf und beweisen Sie diese mit Induktion.

**Aufgabe 1.6** Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Dass die Formel  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$  stimmt, zeigt das folgende Bild:



Beweisen Sie diese Formel nun mit Induktion!

(Hinweis: Die rechte Seite ist die  $n$ -te Dreieckszahl zum Quadrat.)