

Es sind **nur** Gruppenabgaben (2–3 Personen aus derselben Übungsgruppe) erlaubt. Falls Sie mehr als ein Blatt Papier abgeben, heften Sie bitte die Blätter zusammen.

Werfen Sie Ihre Abgabe Bitte in den richtigen Übungskasten!

Aufgabe 5.1 (18 Punkte) Spiegelungen von \mathbb{R}^2 .

- a) Es sei A die Spiegelung an der Geraden G mit der Gleichung $3x = 2y$.
- Finden Sie einen Richtungsvektor u der Geraden G mit $\|u\| = 1$, sowie einen weiteren Vektor $v \in \mathbb{R}^2$ mit $u \perp v$ und $\|v\| = 1$.
 - Offenbar ist $B = (u, v)$ eine Basis des \mathbb{R}^2 . Beweisen Sie, dass ${}_B A_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ist. Machen Sie eine Skizze dazu!
 - Bestimmen Sie die Matrix $A = {}_E A_E$ (E ist die Standardbasis).
- b) Bestimmen Sie die Matrix der Spiegelung an der Geraden $x = 2y$.
- c) Die Matrix $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$ beschreibt eine Spiegelung. Finden Sie die Spiegelungsgerade.

Aufgabe 5.2 (8 Punkte) Welche der folgenden Matrizen entsprechen einer Drehung bzw. einer Spiegelung des \mathbb{R}^2 ? Geben Sie bei der Drehung den Drehwinkel und bei der Spiegelung die Spiegelungsgerade an.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5.3 Drehungen und Spiegelungen

- Zeigen Sie, dass das Produkt zweier Spiegelungen eine Drehung ist.
- Zeigen Sie, dass man jede Drehung $R_{c,s}$ als Produkt zweier Spiegelungen schreiben kann.

Aufgabe 5.4 Es sei der Dreieck mit Ecken $\theta = (0, 0)$, $u = (2, 2)$, $v = (3, 0)$ gegeben.

- Bestimmen Sie die Seitenlängen und die (Cosinus der) Eckwinkel.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Höhengeraden von v auf die gegenüberliegende Seite.
- Bestimmen Sie den Abstand zwischen θ und der Geraden, die die gegenüberliegende Seite enthält.
- [#] Bestimmen Sie Gleichungen der Seitenhalbierenden und Parameterdarstellungen der Mittelsenkrechten des Dreiecks.
- [#] Bestimmen Sie eine Gleichung und eine Parameterdarstellung der Winkelhalbierenden von u .

Aufgaben und Aufgabenteile mit [#] werden **nicht** korrigiert und müssen **nicht** abgegeben werden.