Mathematische Rechenmethoden 1

Blatt 1, SS19

A. Nikoubashman, F. Berressem und Assistenten Abgabe 03.05.19, 14:00

Wichtig: Vermerken Sie auf dem Deckblatt Ihrer Lösung Ihren Namen, Matrikelnummer, Gruppennummer und optional eine ungefähre Bearbeitungszeit.

Jedes Blatt besitzt eine erreichbare Punktzahl von 20 Punkten. Um zur Prüfung zugelassen zu werden, sind 60 % der erreichbaren Punkte notwendig. Des Weiteren müssen Sie im Semester die vollständige Lösung mindestens zweier Aufgaben in den Übungen präsentieren.

Legen Sie sämtliche Berechnungen begründet und nachvollziehbar dar. Nur eine Angabe des Ergebnisses ist außer in trivialen Fällen nicht ausreichend.

Abgabetermin für dieses Blatt ist der 03.05.19 um 14:00. Spätere Abgaben werden nicht gewertet, allerdings können Sie das Blatt auch früher einreichen. Bitte werfen Sie Ihre Lösung in den Briefkasten Ihrer Gruppe. Die roten, nummerierten Briefkästen befinden sich im Erdgeschoss des Staudingerwegs 7 (vorderer Kreuzbau). Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben möglichst leserlich und heften Sie mehrere Blätter zusammen.

Aufgabe 1: Normierte Vektoren (*6 Punkte*)

Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie die Norm $||\cdot||$ der Vektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$

(b) Berechnen Sie $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ und $\mathbf{b}$ - $\mathbf{a}$

(c) Berechnen Sie den Winkel zwischen $\mathbf{a}$ und $\mathbf{c}$ mit Hilfe des Skalarproduktes.

Aufgabe 2: Skalarprodukt (*8 Punkte*)

Gegeben seien die Skalare $0 < y, 0 < z \in \mathbb{R}$ und die Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

aus $\mathbb{R}^3$. Leiten Sie eine Relation zwischen y und z her für den Fall, dass der Winkel zwischen den Vektoren $\alpha = \sphericalangle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{\pi}{4}$ beträgt.

Aufgabe 3: Lineare Unabhängigkeit (*6 Punkte*)

Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{a} = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right), \quad \mathbf{b} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$$

aus $\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass die Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ linear unabhängig sind.