

**Wichtig:** Vermerken Sie auf dem Deckblatt Ihrer Lösung Ihren Namen, Matrikelnummer, Gruppennummer und optional eine ungefähre Bearbeitungszeit.

## Aufgabe 1: Differenzenquotient

(5 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten die folgende Ableitung:

$$f(x) = \ln(x), x \in \mathbb{R}^+$$

Folgende Relationen sind hilfreich:

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$\ln(x^y) = y \ln(x)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

$$f \text{ stetig, } \lim_{x \rightarrow p} g(x) = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow p} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow p} g(x)\right) = f(a)$$

## Aufgabe 2: Differenziation

(5 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen:

(a) (1 Punkt)  $\frac{d}{dx} \sin(x^2)$

(d) (1 Punkt)  $\frac{d}{dt} \ln\left(\sqrt{\omega t - x(t)}\right)$

(b) (1 Punkt)  $\frac{d^2}{dx^2} e^{\cos(x)}$

(e) (1 Punkt)  $\frac{d^2}{dx^2} \left[ e^{(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)^2} - A \right]$

(c) (1 Punkt)  $\frac{d}{dx} \cos\left(\sqrt{x + \frac{1}{x}}\right)$

## Aufgabe 3: Kurvendiskussion

(10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion  $f : [-5, 5] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2; \quad \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Führen Sie eine auf den Definitionsbereich  $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$  beschränkte Kurvendiskussion mit den Parametern  $\beta = \frac{1}{2}, \gamma = -\frac{1}{4}$  durch:

(a) (6 Punkte) Bestimmen Sie sämtliche Extremstellen und klassifizieren Sie diese. Finden sie alle globalen und lokalen Maxima und Minima.

(b) (2 Punkte) Finden Sie alle Wendestellen.

Hinweis:  $f''(x) = 0$  ist nur eine notwendige Bedingung. Stellen Sie auch eine hinreichende Bedingung, wie  $f'''(x) \neq 0$  sicher.

- (c) (2 Punkte) Skizzieren Sie die Funktion  $f$  und markieren Sie die Extrem- und Wendestellen.