

Wichtig: Vermerken Sie auf dem Deckblatt Ihrer Lösung Ihren Namen, Matrikelnummer, Gruppennummer und optional eine ungefähre Bearbeitungszeit.

Legen Sie sämtliche Berechnungen begründet und nachvollziehbar dar. Nur eine Angabe des Ergebnisses ist außer in trivialen Fällen nicht ausreichend.

Aufgabe 1: Differenzation von Umkehrfunktionen

(4 Punkte)

Leiten Sie die Ableitung der Umkehrfunktionen von Sinus und Cosinus her

$$\frac{d}{dx} \arcsin(x) \quad \text{und} \quad \frac{d}{dx} \arccos(x).$$

Nutzen Sie hierfür $f^{-1}(f(y)) = y$ und $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.

Aufgabe 2: Grenzwerte

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Es gilt $k \in \mathbb{N}$.

(a) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^k e^{-x})$

(g) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + \sin(x)}{2x + \cos(x)} \right)$

(b) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)$

(h) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow 2\pi^+} \left(\frac{\log(\cos(x))}{1 - e^{-x+2\pi}} \right)$

(c) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x}{x-5} \right)$

(d) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{k^x - 1}{x} \right)$

(i) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right)$

(e) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin(x)}{\arccos(x+1)} \right)$

(j) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{-x + \sin(x)}{x(1 - \cos(x))} \right)$

(f) (1 Punkt) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + \sin(x)}{x} \right)$

Aufgabe 3: Taylor-Entwicklung

(6 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung bis zur dritten Ordnung (inklusive der dritten Ordnung) der folgenden Funktionen:

(a) (2 Punkte) $\sin(x)$ um $x_0 = 0$

(b) (2 Punkte) $\cos(x)$ um $x_0 = 0$

(c) (2 Punkte) $\ln(x)$ um $x_0 = 1$