Übungen zum Computerpraktikum Stochastik

Prof. Dr. A. Klenke **WS 2017/2018** **Blatt 9**

1. **(einzusenden)** Es soll $\int_0^1 4\sqrt{1-x^2}\,dx$ durch eine MC Simulation mit $N = 1\,000\,000$ Versuchen bestimmt werden. Zur Varianzreduktion wird geschichtete Auswahl (stratified sampling) angewandt. Man teile hierzu $[0,1]$ in fünf gleichlange Intervalle und bestimme mittels Monte Carlo Simulation (mit nicht zu großer Stichprobengröße) für jedes Intervall die bedingten Varianzen σ_i^2, $i = 1,\ldots,5$. Wähle die optimalen Stichprobenzahlen $N_1,\ldots,N_5$ und bestimme nun in der Hauptsimulation den Wert des Integrals und dessen empirische Streuung (mit der Funktion `sd()`). Man vergleiche diese Streuung mit den Werten der Streuung bei $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N_5 = N/5$ (mit gleichem N) und bei der einfachen Simulation ohne geschichtete Auswahl (ebenfalls mit gleichem N).

2. Man führe für das Problem von Aufgabe 1 statt der geschichteten Auswahl ein *importance sampling* durch. Als Gewichtsfunktionen sollen die Funktionen $\varphi(s) = as + b$ betrachtet werden mit $a = \pm k/2$, $k = 0,\ldots,4$, und $1 - a/2$. Für welchen Wert von a ist die empirische Streuung am kleinsten?

3. Sei $\Omega = \{0,\ldots,6\}$, $p_\omega = \binom{6}{\omega} 0.001^\omega (0.999)^{6-\omega}$ und

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{falls } n = 0,1,2, \\ 2, & \text{falls } n = 3, \\ 8, & \text{falls } n = 4, \\ 5, & \text{falls } n = 5, \\ 1, & \text{falls } n = 6. \end{cases}$$

   Bestimme $\sum_{\omega\in\Omega} f(\omega)p_\omega$ durch eine MC Simulation mit Wichtigkeitsauswahl (importance sampling) durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung $b_{6,r}$ (Binomialverteilung mit Parametern n und r) für geeignetes r.

Abgaben bis Montag, 18.12.2017, 14:00 Uhr an
stoch-praktikum@mathematik.uni-mainz.de