

1. Sei  $\mathcal{M}_n = ([0, \infty)^n, \mathcal{B}([0, \infty)^n), (\mathcal{U}_{[0, \vartheta]^n})_{\vartheta \in (0, \infty)}$  das statistische Modell, bei dem  $n$  auf  $[0, \vartheta]$  gleichverteilte unabhängige Beobachtungen  $X_1, \dots, X_n$  gemacht werden, aufgrund derer der unbekannte Parameter  $\vartheta$  geschätzt werden soll. Betrachte die Schätzer für  $\vartheta$

$$T_n^1 := \frac{2}{n}(X_1 + \dots + X_n),$$

$$T_n^2 := \max\{X_1, \dots, X_n\},$$

$$T_n^3 := \frac{n+1}{n} \max\{X_1, \dots, X_n\},$$

$$T_n^4 := \max\{X_1, \dots, X_n\} + \min\{X_1, \dots, X_n\}.$$

Für  $\vartheta = 1$  und  $n = 10, n = 50, n = 200$  führe man jeweils  $N = 100\,000$  Simulationen durch und trage die jeweiligen Schätzwerte in Histogramme. Ferner bestimme man die mittlere quadratische Abweichung  $\mathbf{E}_\vartheta[(T_n^i - \vartheta)^2]$  durch diese Simulation empirisch.

2. **(einzusenden)** Im Lotto „Sechs aus 49“, Samstagsziehung und Mittwochsziehung, sind seit 1956 (4142 Ziehungen) die Zahlen nicht alle mit gleicher Häufigkeit gefallen. Am 15.01.2018 hatten die fünf häufigsten und die fünf seltensten Zahlen die Häufigkeiten:

Zahl	Anzahl	Zahl	Anzahl
6	563	15	481
32	555	21	479
49	552	8	461
26	550	45	454
38	542	13	443

Ist die Seltenheit der Dreizehn auffällig?

Anleitung: Man erstelle einen Test zum Niveau  $\alpha$  und ermittle per Monte Carlo Simulation mit hinreichend großer Stichprobe, in welchem Anteil der Stichprobe die seltenste Zahl seltener als hier die Dreizehn gefallen ist.

Einzusenden sind neben den üblichen Angaben das Programm und das Testergebnis für  $\alpha = 10\%$ ,  $\alpha = 5\%$  und  $\alpha = 2\%$ .