

Übungen zum Computerpraktikum Stochastik

Prof. Dr. A. Klenke

WS 2017/2018

Blatt 13

1. Seien X_1, \dots, X_{10} unabhängig und identisch verteilt (exponential mit Parameter 2, Poisson mit Parameter 0.5, normal mit Parametern $\mu = 1$ und $\sigma^2 = 5$). Man bestimme durch hinreichend häufige Wiederholung per Monte Carlo Simulation, welcher der beiden folgenden Schätzer V_{10} und V_{10}^* für die Varianz (a) erwartungstreu ist, (b) den kleineren quadratischen Fehler hat.

$$V_n := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - M_n)^2, \quad V_n^* := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - M_n)^2,$$

wobei $M_n := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ das arithmetische Mittel bezeichnet. Man prüfe, wie die Größen V_n und V_n^* mit der R-Funktion `sd()` zusammenhängen.

2. Man erzeuge unabhängig Zufallszahlen X_1, \dots, X_{30} und F_1, \dots, F_{30} , wobei die X_i Poissonverteilt sind mit Parameter 20, die F_i normalverteilt mit $\mu = 0$ und $\sigma^2 = 6$. Für $(\eta, \varepsilon) = (1, 1)$, $(-2, 1)$ und $(0, 0.5)$ bilde man $Y_i := \eta X_i + \varepsilon F_i$, $i = 1, \dots, 30$. Man bestimme jeweils die Parameter der Regressionsgeraden $y = mx + b$ und trage diese zusammen mit den Daten in ein Diagramm ein. (Hinweis: Verwende einmal die eingebaute Funktion `lm(y~x)` und für die graphische Ausgabe `plot(x,y)`; `abline(lm(y~x))`, `col = "red"`). Verwende andererseits die expliziten Formeln für die empirische Varianz und Kovarianz der Daten.)
3. (**einzusenden**) Man bestimme für die folgenden Datensätze Konfidenzintervalle zu den Niveaus $\alpha = 5\%$, $\alpha = 2\%$ und $\alpha = 1\%$.

- (a) Die Daten sind normalverteilt mit Varianz $\sigma^2 = 2$ und unbekanntem Erwartungswert μ .

0.22594	1.790398	-0.954158	-0.420136	1.504275
0.082801	-0.035219	-0.121896	0.457113	-0.679102
1.097262	-0.183866	1.342103	1.766427	-2.039819
0.562361	0.180122	1.81214	3.877749	3.218357

- (b) Die Daten sind exponentialverteilt mit unbekanntem Parameter θ .

2.432585	0.382693	2.621654	1.526507	2.233153
0.17838	0.8502	2.185985	0.607154	0.528722
0.684021	0.801683	0.830968	0.314617	

- (c) Die Daten sind binomialverteilt $b_{n,p}$ mit $n = 42$ und unbekanntem p .

12	13	17	14	9	13	14	11	13	14
14	12	11	11	10	15	12	15	14	11
11	14	13	8	11	16	12	13	10	13
11	9	14	15	8	13	14	14	7	12
16	11	12	7	7	10	12	14	14	7

Einzusenden sind neben den üblichen Angaben die Programme und die Zahlenwerte der Ergebnisse.

Abgaben bis Montag, 29.01.2018, 14:00 Uhr an

stoch-praktikum@mathematik.uni-mainz.de