Juniorprof. Dr. Ariyan Javanpeykar L. Biroth

3. Übung zur Vorlesung

„Elementarmathematik“

im Sommersemester 19

Aufgabe 1: (3+3 Punkte)

(a) Schreiben Sie $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$ und $\frac{1}{13}$ als periodische Dezimalzahlen. Welche Reste treten bei der schriftlichen Division jeweils auf?

(b) Berechnen Sie die Potenzen 10^k modulo 7, 11 und 13 jeweils bis sich die Werte zu wiederholen anfangen. Welchen Zusammenhang kann man zu Aufgabe (a) erkennen?

Aufgabe 2: (2 Punkte)

Schreiben Sie die periodischen Dezimalzahlen $0{,}\overline{123456}$ und $0{,}123\overline{456}$ jeweils als Bruch.

Aufgabe 3: (3+3+2 Punkte)

Ein Bruch $\frac{a}{b}$ heißt *unkürzbar*, wenn a und b teilerfremd sind, der Bruch also nicht weiter gekürzt werden kann.
Wir nennen zwei Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ *benachbart*, wenn $|ad - bc| = 1$.
Außerdem definieren wir für zwei unkürzbare Brüche mit $a, c \in \mathbb{N}_0$, $c, d \in \mathbb{N}$ den *Mediant*

$$\frac{a}{b} \oplus \frac{c}{d} := \frac{a+c}{b+d}.$$

(a) Zeigen Sie: Falls $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, so gilt $\frac{a}{b} < \frac{a}{b} \oplus \frac{c}{d} < \frac{c}{d}$.

(b) Zeigen Sie: Sind $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ benachbart, dann auch jeweils mit dem Mediant $\frac{a}{b} \oplus \frac{c}{d}$.

(c) Zeigen Sie: Sind $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ benachbart, dann sind die Brüche unkürzbar.

Aufgabe 4: (2+2 Punkte)

Zeigen Sie ohne schriftlich zu dividieren, dass

(a) 656436172 ein Vielfaches von 7 ist.

(b) 1969308516 durch 3 teilbar ist.