Institut für Physik SS 2018

Friederike Schmid

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden 1"

Blatt 8

Abgabe bis spätestens Montag, 18. Juni, *vor* 15:00 per Einwurf in den roten Kasten Nr. 34 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7).

Aufgabe 26) Nachlese: Partielle Ableitungen und totales Differential (8 Punkte)

(a) Die ideale Gasgleichung $pV = RT$ beschreibt, wie in idealen Gasen die Größen Druck (p), Temperatur (T) und Volumen (V) miteinander verknüpft sind. R ist die Gaskonstante. Mit Hilfe der idealen Gasgleichung kann jede Variable V, p, T als Funktion der beiden anderen dargestellt werden, z.B. $V(p,T) = RT/p$.
Zeigen Sie $\frac{\partial V}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial P}\frac{\partial P}{\partial V} = -1$.

(b) Zwei Teilchen a und b sind durch eine Feder verbunden. Ihre potentielle Energie sei gegeben durch $U = \frac{k}{2}(\vec{r}_a - \vec{r}_b)^2$. Die Trajektorien $\vec{r}_a(t)$ und $\vec{r}_b(t)$ der beiden Teilchen seien bekannt. Berechnen Sie die Ableitung $\mathrm{d}U/\mathrm{d}t$ von $U(\vec{r}_a(t), \vec{r}_b(t))$ nach der Zeit. Eine solche Ableitung nennt man auch "totale Ableitung".

Hinweis: Berechnen Sie zuerst das totale Differential $\mathrm{d}U$. Berücksichtigen Sie, dass es sechs freie Variablen gibt (je 3 für $\vec{r}_a$ und $\vec{r}_b$).

Aufgabe 27) Konvergenzradius (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

(a) $f(x) = \sum \frac{1}{2^n n} x^n$

(b) $f(x) = \sum n^3 x^n$

(c) $f(x) = \sum \sqrt{1 + 9^n} x^n$

(d) $f(x) = \sum n^n x^n$

Aufgabe 28) Taylor-Reihe I (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $f(x) = \exp(-x^2)$ um $x = 0$.

(b) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $f(x) = \exp(x)$ um $x = 10$.

(c) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $f(x) = \tan(x)$ um $x = 0$ bis zur vierten Ordnung.

(d) Bestimmen Sie die Taylorreihe um $(1,1)$ von $f(x,y) = \exp(x + xy)$ bis zur quadratischen Ordnung (die Terme höchster Ordnung sind proportional zu $(x-1)^2, (y-1)^2, (x-1)(y-1)$).

Aufgabe 28) **Taylor-Reihe II** (4 Punkte)

Gegeben sei $f(x) = \sin(x)\exp(x)$.

Bestimmen Sie die Taylorreihe um $x = 0$ bis zur Ordnung x^2 von:

(a) $f(x)$

(b) $1/(1 + f(x))$ (mit Hilfe des Ergebnisses von (a))

(c) $f(f(x))$

(d) $f^{-1}(x)$ (die Umkehrfunktion)