

**Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"****Blatt 7**

Abgabe bis spätestens Freitag, 6. Dezember 2019, vor 14:15 Uhr per Einwurf in den roten Kasten Nr. 24 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7).

Bitte geben Sie auf jedem Abgabebblatt Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an. Einige von Ihnen vergessen die Namen immer noch. In dem Fall können wir die Blätter leider nicht werten.

**Leseauftrag** bis zum 5. Dezember: Text zur Schwingungsgleichung unter <https://www.staff.uni-mainz.de/sc>

**Aufgaben zum Leseauftrag** (keine Abgabe erforderlich)

**Aufgabe L19: Schwingungsgleichung**

Finden Sie möglichst alle Druckfehler im Text und überlegen Sie sich Fragen zur Vorlesung am 5. Dezember.

**Reguläre Aufgaben****Aufgabe A23) Uneigentliche Integrale** (4 Punkte)

Berechnen Sie

- a)  $\int_{-\infty}^{\infty} dx/(1+x^2)$
- b)  $\int_0^{\infty} dx \sin(x) e^{-x}$
- c)  $\int_0^{\pi} (\tan(x) + 1/\sqrt{x})$
- d)  $P \int_0^{\pi} (\tan(x) + 1/\sqrt{x})$

**Aufgabe A24) Polarkoordinaten** (2 Punkte)

Das sogenannte Trägheitsmoment eines Körpers der Dichte  $\rho$  um die  $z$ -Achse ist gegeben durch die Gleichung

$$\theta = \rho \int \int dV (x^2 + y^2),$$

wobei natürlich nur über das Volumen des Körpers integriert wird.

- (a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines Zylinders der Länge  $L$  und des Radius  $R$ , der in  $z$ -Richtung orientiert ist.

**Aufgabe A25) Jacobi-Determinante** (4 Punkte)

Parabolische Koordinaten sind definiert durch die Koordinatentransformation

$$x = \frac{1}{2}(u^2 - v^2) \text{ und } y = uv$$

- (a) Berechnen Sie die Jacobi-Determinante zu dieser Transformation.
- (b) Berechnen Sie unter Verwendung von parabolischen Koordinaten das Integral

$$\int_0^{\infty} du \int_0^{\infty} dv \frac{u^2 + v^2}{1 + (u^2 - v^2)^2} e^{-2uv}$$

**Aufgabe A26) Separable Differentialgleichungen** (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen

(a)  $y'(x) = a x y(x) + b y(x)$  mit  $y(0) = 1$

(b)  $y'(x) = y(x) + 1/y(x)$  mit  $y(0) = 0$

**Aufgabe A27) Differentialgleichungen** (6 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen

(a)  $y'(x) = \cos(x)/\sin(x)$

(b)  $y'(x) = \cos(y)/\sin(y)$

(c)  $x y'(x) = C y^n$  für  $n > 1$ . Welches ist der Definitionsbereich von  $x$ ?

**Zusatzaufgabe:  $n$ -dimensionales Simplex** (6 Bonuspunkte)

Ein  $n$ -dimensionales Simplex ist definiert über  $x_k \geq 0 \forall k$  und  $\sum_{k=1}^n x_k \leq 1$ .

Bestimmen Sie das Volumen des  $n$ -dimensionalen Simplex für allgemeine  $n \in \mathbb{N}$ .