

Aufgaben zum "Mathematischer Brückenkurs"

Blatt 3 zum 29.3.2023

Erläuterungen der P- und *-Aufgaben: Siehe Blatt 1

Literatur zu diesem Blatt:

"E. Cramer, J. Neslehova, Vorkurs Mathematik", Kapitel 6

Aufgabe 1) Lineare Gleichungssysteme mit zwei Gleichungen und zwei Variablen

Bestimmen Sie die Lösungen $\{(x_1, x_2)\}$ der Gleichungssysteme

(a) $x_1 - 3x_2 = -1$ und $-4x_1 + 5x_2 = -3$

(b) $4x_1 - 3x_2 = 3$ und $-8x_1 + 6x_2 = -6$

Sie dürfen dafür einfach die in der Vorlesung hergeleiteten Formeln verwenden.

Aufgabe 2) Anwendung des Gaußschen Eliminationsverfahren

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens

(a)
$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 2 \\ x + y + 2z &= 9 \\ 2x + 3y - 3z &= -1 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x + 2y &= 0 \\ -x + y + z &= 0 \\ 2x + 3y + z &= 0 \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 0 \\ -x + 2y - 3z &= 0 \\ 2x - 4y + 6z &= 0 \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 1 \\ x + 3y - 2z &= 1 \\ 2x - 2y + 5z &= 1 \end{aligned}$$

(e)
$$\begin{aligned} x - 2y + z &= -1 \\ -2x + y - 2z &= -5 \\ 3x - y + 2z &= 3 \\ x - 3y + 8z &= -9 \end{aligned}$$

Aufgabe 3) Matrix-Multiplikation

Gegeben seien $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, und $\mathbf{a} = (1 \ 2 \ 0)$

Berechnen Sie $\mathbf{A B}$, $\mathbf{B A}$, und $\mathbf{A a}$

Aufgabe 4) Nachlese Blatt 2 Lösen Sie ein paar der Aufgaben aus Blatt 2, die Sie gestern nicht geschafft haben.

Lösen Sie vor allem alle mit P bezeichneten Teilaufgaben der Aufgabe 4.

Aufgabe 5) Noch mehr Gleichungen

Lösen Sie die Gleichungen

(a) $\frac{3x+2}{x-1} = \frac{4x+3}{x-1}$

(b) $\frac{2x-10}{14-2x} = 1 - \frac{4}{2x-14}$

(c) $\sqrt{3x-21} = x-7$

(d) $\sqrt{9x-5} = 4 - \sqrt{3+x}$

(f) $\sqrt{x + \sqrt{x+16}} = 2$

(g) $\sqrt[4]{x-1} = 3$

(h) $\sqrt[6]{2x+4} = -1$

(i) $\lg(x^2 - 1) = 0$

(j) $\lg(x+1) - \lg(2) = 2$

(k) $2\lg(2x-2) = \lg(x) + \lg(5x-11)$

(l) $(3^{x-2})^{x+3} = (3^{x+2})^{x-3}$

Aufgabe 6) Noch mehr Ungleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen

(a) $2^t - 5 \leq 2$

(b) $\frac{x+2}{x-3} \leq 2$

(c) $\frac{2}{x-1} \leq \frac{1}{x+1}$

(d) $2^x \geq 3^x$

*(e) $2^x + 2^{2x} - 1 \leq 0$

*(f) $\frac{2^x}{2^{x+1}} \geq 1$

*(g) $\lg(x^2) - \lg(x-1) \geq 0$