Übungsblatt 3

Präsenzaufgaben 8-9.11.2018.

Aufgabe 1

Taylorpolynome
Berechnen Sie die Taylorpolynome der folgenden Funktionen um den angegebenen Punkt x_0 bis zur Ordnung n.

i) $f(x) = \tan(x), \qquad x_0 = \pi, \quad n = 5$

ii) $f(x) = \log(x+1), \qquad x_0 = 0, \quad n = 4$

Aufgabe 2

Grenzwerte mit Taylor-Entwicklung

a. $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\tan x}{e^{x-\pi} - 1}$

b. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x \cos x - e^x + 1}{x e^x - \sin x}$

Aufgabe 3

Partielle Ableitungen
Gegeben $g(x, y, z, t) = \frac{xy^3}{\sqrt{1 + z^2 t}}$

a. Berechnen Sie die partielle Ableitung zweiter Ordnung $g_{\alpha\beta}$ für alle $\alpha, \beta \in \{x, y, z\}$.

b. Berechnen Sie g_{xyzt}

Aufgabe 4

Partielle Ableitungen 2
Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x,t) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

die 3-dimensionale Laplace-Gleichung $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$ erfüllt.

Aufgabe 5

Partielle Ableitungen 3
Wenn die Saite einer Gitarre gezogen wird, wird ihre Bewegung (Verschiebung) durch die 1-dimensionale Wellengleichung $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ beschrieben, wobei c eine Konstante ist, die physikalisch die Geschwindigkeit der Welle repräsentiert. Zeigen Sie dass

$$f(x,t) = \frac{8h}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi a t}{L}$$

löst die 1-Dimensionale Wellengleichung für eine Gitarrensaite der Länge L, die von der Mitte auf eine Höhe h gezogen wird. Wie schnell ist die Welle?