

Übungsblatt 8

Abzugeben bis: Freitag 07.12.2018 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Operationen mit komplexen Zahlen

Zeigen Sie, dass im Allgemeinen

a. $(z_1 + z_2)^* = z_1^* + z_2^*$

b. $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

Gegeben $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 - 2i$ und $z_3 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Berechnen Sie jeden der folgenden Punkte:

c. $|3z_1 - 4z_2|$

d. $z_1^3 - 3z_1^2 + 4z_1 - 8$

e. $(z_3^*)^4$

f. $\left| \frac{2z_2 + z_1 - 5 - i}{2z_1 - z_2 + 3 - i} \right|^2$

(6 Punkte)

Aufgabe 2

Grafische Darstellung komplexer Zahlen

Führen Sie die folgenden Operationen analytisch und grafisch durch:

a. $(3 + 4i) + (5 + 2i)$

b. $(-3 + 5i) + (4 + 2i) + (5 - 3i) + (-4 - 6i)$

(4 Punkte)

Aufgabe 3

Komplexe Zahlen in polaren Formen

Geben Sie jeder der folgenden komplexen Zahlen in polarer Form.

a. $2 + 2\sqrt{3}i$

b. $-5 + 5i$

c. $-\sqrt{6} - \sqrt{2}i$

d. $-3i$

e. $(3 + \sqrt{2}i)^2$

(5 Punkte)

BONUS Aufgabe: Verknüpfung von trigonometrischen und exponentiellen Funktionen

Ausgehend von einer grafischen Darstellung der komplexen Zahl $z = x + iy$, schreiben Sie z in polarer Form mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$. Dann machen Sie eine Taylor-Erweiterung von $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ und e^α auf die vierte Potenz von α . Zeigen Sie dann, dass wenn $\alpha = i\theta$, erhält man die Euler-Gleichung

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$$

(5 Punkte)