Übungsblatt 9

Abzugeben bis: Freitag 14.12.2018 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Komplexe Exponenten und Wurzeln.
Schreiben Sie folgendes als $a + ib$ mit der Polarform:

a. $(1+i)^8$ *(2 Punkte)*

b. $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\left(\sqrt{3}+i\right)\right)^6}{\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\,(1+i)\right)^3}$ *(2 Punkte)*

Aufgabe 2

Wurzeln komplexer Zahlen und komplexer Funktionen:

a. Finden Sie alle Kubikwurzeln von 8 *(2 Punkte)*

b. Finden Sie alle Werte von z, die der Gleichung $z^4 = -64$ erfüllen. *(2 Punkte)*

c. Lösen Sie die Gleichung $z^2 + (2i-3)z + 5 - i = 0$ *(3 Punkte)*

Aufgabe 3

Analytische Funktionen

a. Sei $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ eine analytische Funktion. Wenn $u(x,y) = \log(x^2+y^2)$, finden Sie $f(z)$. *(3 Punkte)*

b. Zeigen Sie, dass der Realteil u und der Imaginärteil v von $f(z)$ die Cauchy-Riemann-Gleichungen in Polarkoordinaten erfüllt und finden Sie die Ableitung von $f(z)$.

i. $f(z) = \log z$ *(3 Punkte)*

ii. $f(z) = z^n$ *(3 Punkte)*

BONUS Aufgabe

Sei $f(z) = \frac{1}{z} = u(x,y) + iv(x,y)$

a. Zeigen Sie, dass die Cauchy-Riemann-Gleichungen erfüllt sind. *(2 Punkte)*

b. Zeigen Sie, dass sowohl Reale als auch Imaginäre Teile die Laplace-Gleichung erfüllen. *(2 Punkte)*

c. Beschreiben Sie die Kurvenfamilie $u(x,y) = k$ und $v(x,y) = c$. *(1 Punkte)*

d. Zeigen Sie, dass die beiden Kurvenfamilien senkrecht zueinander stehen, wenn sie sich schneiden. *(1 Punkte)*