

Übungsblatt 12

Abzugeben bis: Freitag 25.01.2018 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Differentiation von Vektorfunktionen

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen von $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

a. $\frac{d}{dt}|\mathbf{r}|$ (2 Punkte)

b. $\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}})$ (2 Punkte)

Aufgabe 2

Teilchen, das sich auf einer Kreisbahn bewegt.

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich um die z -Achse mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω dreht, wie in Abbildung 1 dargestellt. Finden Sie die Geschwindigkeit und Beschleunigung des Teilchens.

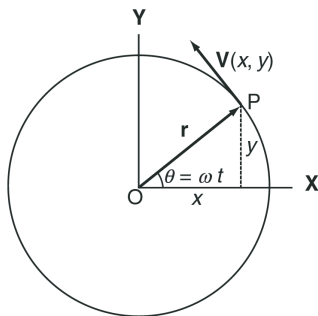


Abbildung 1: Ein Teilchen, das sich um die z -Achse mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω dreht.

(3 Punkte)

Aufgabe 3

Gradient 1

a. Zeigen Sie dass $\nabla r = \hat{\mathbf{r}}$ und $\nabla f(r) = \hat{\mathbf{r}} \frac{df}{dr}$, wobei $\hat{\mathbf{r}}$ ein Einheitsvektor entlang des Positionsvektors $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ist und r die Größe von \mathbf{r} ist. (2 Punkte)

b. Finden Sie die Einheit normal zur Oberfläche, die durch $\varphi(x, y, z) = 2x^2 + 4yz - 5z^2 = -10$ bei $(3, -1, 2)$ beschrieben wird. (2,5 Punkte)

c. Finden Sie die Steigerungsrate $\tilde{f} \frac{1}{4} \mathbf{r}$ die Oberfläche $\varphi(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ am Punkt $(2, -1, 1)$ in Richtung $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. (2,5 Punkte)

Aufgabe 4

Gradient 2

Gegeben sind Vektorfelder $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -yz\mathbf{i} + x^2z\mathbf{j} + xy^2\mathbf{k}$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = yz\mathbf{i} - xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ und $\mathbf{C}(\mathbf{r}) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ mit $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

Berechnen Sie

a. die Skalaren Felder $f(\mathbf{r}) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r})$, $g(\mathbf{r}) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{C}(\mathbf{r})$ und $h(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{C}(\mathbf{r})$ (3 Punkte)

b. den Gradienten von $f(\mathbf{r})$, $g(\mathbf{r})$ und $h(\mathbf{r})$

(3 Punkte)