Übungsblatt 4

Abzugeben bis: Freitag 17.05.2019 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Lineare DGLs zweiter Ordnung mit konstanter Kraft

i) Lösen Sie die Differentialgleichung $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 2y = 4$ *(2 Punkte)*

ii) Bestimmen Sie die spezielle Lösung der Gleichung $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - 3\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 9$ mit Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ and $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(0) = 0$ *(2 Punkte)*

Aufgabe 2

Lineare DGLs zweiter Ordnung mit exponentieller Kraft

i) Lösen Sie die Differentialgleichung $2\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 3y = 5e^{3x/2}$ *(3 Punkte)*

ii) Lösen Sie die Differentialgleichung $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - 4\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 4y = 3e^{2x}$ *(3 Punkte)*

Aufgabe 3

Lineare DGLs zweiter Ordnung mit periodischer Kraft

i) Lösen Sie die Differentialgleichung $2\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + 3\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 5y = 6\sin 2x$ *(3 Punkte)*

ii) Lösen Sie die Differentialgleichung $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + 16y = 10\cos 4x$ mit $y = 3$ und $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 4$ für $x = 0$ *(3 Punkte)*

iii) Lösen Sie die Differentialgleichung $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - 2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 2y = 3e^x\cos 2x$ mit $y = 2$ and $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 3$ für $x = 0$ *(3 Punkte)*

Aufgabe 4

Gekoppelte Schwingungen
Zwei Massenkörper m_1 und m_2 sind aneinander und an festen Wänden befestigt, durch drei identische Federn von Gleichgewichtslänge λ und der Kraftkonstante k.

a. Schreiben Sie nach den folgenden Punkten die Differentialgleichungen für die Verschiebung der Massen auf. *(2 Punkte)*

- Bestimmen Sie die Verlängerungen in jeder Feder.
- Die Kraft auf jede Masse ist die Summe der Kräfte aus jeder Feder, an der die Masse befestigt ist.
- die Kraft auf eine Masse μ, die an eine Kraftquelle gebunden ist, konstant κ mit einer Erweiterung z ist $F = -\kappa z$, dann nach Newtons Gesetz $m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = -\kappa z$.

b. Die Eigenmoden sind die Moden, bei denen alle Freiheitsgrade (hier x_1 und x_2) mit der gleichen Frequenz schwingen. Angenommen, die Lösungen $x_1 = Ae^{i\omega t}$ und $x_2 = Be^{i\omega t}$, wobei A und B im Allgemeinen komplexe Zahlen sind, lösen Sie für die Frequenzen mit dem Eigenmode ω mit der Differentialgleichungen in Aufgabe 4 a. *(3 Punkte)*

c. Betrachten Sie den einfachen Fall von $m_1 = m_2 = m$ und beschreiben Sie die Bewegung jeder Masse relativ zueinander für jeden Eigenmode. *(1 Punkte)*