Übungsblatt 6

Abzugeben bis: Freitag 31.05.2019 - 16.00 Uhr

Aufgabe 1

Kurvenintegral
Gegeben sei $\mathbf{F} = 2xyz\mathbf{e}_x + x^2z\mathbf{e}_y + x^2y\mathbf{e}_z$, bestimmen Sie das Intergral $\int \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ zwischen $A(0,0,0)$ und $B(2,4,6)$

i) entlang der Kurve C, deren parametrische Gleichungen $x = u$, $y = u^2$, und $z = 3u$ sind *(3 Punkt)*

ii) entlang der drei Abschnitte C_1: $(0,0,0)$ nach $(2,0,0)$; C_2: $(2,0,0)$ nach $(2,4,0)$; C_3: $(2,4,0)$ nach $(2,4,6)$ *(3 Punkte)*

Bestimmen Sie, ob F ein konservatives Feld ist, indem Sie $\oint \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ über die beiden Wege bestimmen. *(1 Punkt)*

Aufgabe 2

Andere Methoden zur Bestimmung der Pfadunabhängigkeit
Es gibt zwei weitere Methoden, um festzustellen, ob ein Kurvenintegral eines gegebenen Vektorfeldes zwischen zwei ausgewählten Punkten wegunabhängig ist, nämlich

- $\nabla \times \mathbf{F} = 0$
- $\mathbf{F}$ kann als Gradient ∇V von einem skalaren Feld V geschrieben werden.

i) Zeigen Sie, dass $\mathbf{F}$ in Aufgabe 1 konservativ ist, indem Sie $\nabla \times \mathbf{F}$ berechnen. *(2 Punkte)*

ii) Finden Sie ein skalares Feld V, aus dem $\mathbf{F}$ in Aufgabe 1 abgeleitet werden kann. *(3 Punkte)*

Aufgabe 3

Bestimmung der Wegunabhängigkeit
Bestimmen Sie mit jeder Methode einmal, ob die folgenden Vektorfelder konservativ sind, d.h. ihr Integral zwischen zwei gegebenen Punkten ist wegunabhängig. ***Hinweis: Bei der Bewertung des Integrals sollten Sie zwei Wege wählen, die eine geschlossene Kurve bilden.***

i) $\mathbf{F} = (x+y)\mathbf{e}_x + (y-z)\mathbf{e}_y + (x+y+z)\mathbf{e}_z$ *(3 Punkte)*

ii) $\mathbf{F} = y\sin z\mathbf{e}_x + x\sin z\mathbf{e}_y + (xy\cos z + 2z)\mathbf{e}_z$ *(3 Punkte)*

iii) $\mathbf{F} = y\cos x\cos z\mathbf{e}_x + \sin x\cos z\mathbf{e}_y - y\sin x\sin z\mathbf{e}_z$ *(3 Punkte)*