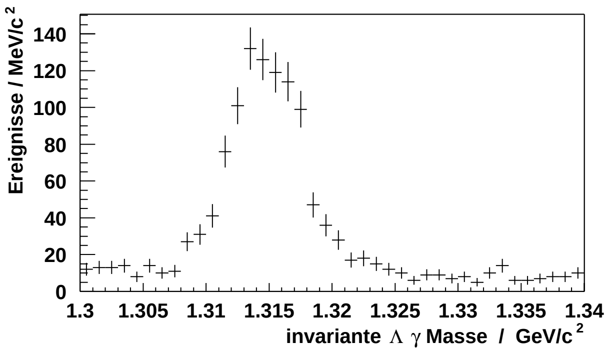
Übungen zur Vorlesung
Statistik, Datenanalyse und Simulation
Wintersemester 2006/07

Prof. Dr. Stefan Tapprogge, Dipl.-Phys. Markus Bendel

10. Übungsblatt, 16.01.2007 *http://www.staff.uni-mainz.de/tapprogg/statistik_0607.html*
Abgabe bis 13 Uhr am Di, 23.01.2007 im 4. Stock (Box gegenüber den Aufzügen)

---

1. Aufgabe (20 Punkte)
Die Abbildung zeigt die Verteilung der invarianten Masse, gebildet aus koinzidenten Λ-Hyperonen und Photonen im NA48-Detektor am CERN. Deutlich zu sehen ist ein Signal vom Zerfall $\Xi^0 \to \Lambda\gamma$ über einem flach verteilten Untergrund aus nur zufällig koinzidenten Λs und γs.
Die Werte der 40 Datenpunkte (x_i, y_i) finden Sie in der Datei *LambdaGamma.txt* auf der Webseite und eine entsprechende Einleseroutine in den Dateien *Chi2_Fit.C* und *Fit_Utils.C* für die zweite Aufgabe. Die Fehler der y_i seien gegeben durch die Wurzel der Zahl der Einträge und vollständig unkorreliert.



a. Das $\Xi^0 \to \Lambda\gamma$-Signal kann durch eine normierte Gaußverteilung um die Masse $m_{\Xi^0} = 1.31483$ GeV$/c^2$ (gemessener Weltmittelwert) mit der Breite $\sigma_{\Xi^0} = 2.9 \times 10^{-3}$ GeV$/c^2$ (Detektorauflösung) beschrieben werden. Der Untergrund wird mangels einer besseren Idee als gleichförmig verteilt in der invarianten Masse angenommen.

   Bestimmen Sie mit einer linearen Anpassung mit der Methode kleinster Quadrate die Anteile von Signal und Untergrund, also die freien Parameter a, b der Funktion

   $$f(x) \;=\; a \cdot \text{Gauß}\,(m_{\Xi_0}, \sigma_{\Xi_0}) \;+\; b$$

   sowie deren Fehler und den Korrelationskoeffizienten!

   Wieviel Untergrundereignisse können Sie daraus im Signalbereich zwischen 1.306 und 1.324 GeV$/c^2$ abschätzen?

   Wie müssen Sie die Gaußfunktion normieren, um für a die tatsächliche Anzahl der Signalereignisse zu erhalten (denken Sie an das Binning!)? Wie lautet damit die Abschätzung der Zahl der Signalereignisse?

   Hinweis: Sie können die Aufgabe natürlich per Hand und Taschenrechner lösen. Wesentlich einfacher ist es aber, die Summen über die einzelnen Funktionswerte in einem Programm in einer kleinen Schleife auszuführen.

b. Nachdem vorhin die Ξ^0-Masse als fest angesehen wurde, soll diese nun gemessen werden. Fixieren Sie dazu die in Teil a bestimmten Werte für a und b (oder verwenden Sie $a = 0.8728$, $b = 8.715$) und führen Sie mit der bi-section-Methode eine χ^2-Minimierung von

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$

(mit $\sigma_i^2 = f(x_i)$, besser als in Teil a) durch Variation von m_{Ξ^0} durch! Als Beispielprogramm können Sie *Chi2_Fit.C* (zusammen mit den Dateneinlese- und Fitroutinen in *Fit_Utils.C*) von der Webseite verwenden. Welche Ξ^0-Masse erhalten Sie?

Um den Fehler auf die so gemessene Masse zu bestimmen, plotten Sie χ^2 als Funktion von m_{Ξ^0} und lesen Sie den Fehler bei $\chi^2 = \chi^2_{\text{min}} + 1$ ab! Vergleichen Sie Ihren Wert mit dem Weltmittelwert von $m_{\Xi^0} = (1.31483 \pm 0.00020)$ GeV/c^2!