

---

Übungen zur Vorlesung  
STATISTIK, DATENANALYSE UND SIMULATION  
Wintersemester 2006/07

Prof. Dr. Stefan Tapprogge, Dipl.-Phys. Markus Bendel

**9. Übungsblatt, 09.01.2007**     [http://www.staff.uni-mainz.de/tapprogg/statistik\\_0607.html](http://www.staff.uni-mainz.de/tapprogg/statistik_0607.html)  
**Abgabe bis 13 Uhr am Di, 16.01.2007 im 4. Stock (Box gegenüber den Aufzügen)**

---

**1. Aufgabe (9 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Werte  $x_i$ , die derselben Gaußverteilung mit Mittelwert  $\mu$  und Breite  $\sigma$  entstammen:

$i$	1	2	3	4	5	6	7
$x_i$	20,0	19,7	20,6	18,5	21,2	20,8	20,7

- a. Wie groß ist der Mittelwert? Wie groß ist der Fehler auf den Mittelwert, falls die gaußische Auflösung  $\sigma = 0,8$  ist?
- b. Schätzen Sie die Breite der Verteilung ab, falls der wahre Mittelwert  $\mu = 20,0$  ist! Wie groß ist der Fehler auf die Breite?
- c. Schätzen Sie die Breite der Verteilung ab, ohne den wahren Mittelwert zu kennen! Wie groß ist der Fehler auf die Breite?

**2. Aufgabe (7 Punkte)**

Ein Wagen fährt mit konstanter Geschwindigkeit an Ihnen vorbei. Zu festen Zeiten  $t_i$  fotografieren Sie den Wagen und bestimmen daraus die Position  $x_i$  des Wagens mit einer Genauigkeit von  $\sigma = 2$  mm. Sie messen folgende Werte:

$t_i / \text{s}$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
$x_i / \text{mm}$	11	19	33	40	49	61

- a. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit durch eine lineare Anpassung mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate! Geben Sie den Fehler und das  $\chi^2$  an!
- b. Zeigen Sie durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes, dass die Varianz  $V(x)$  auf die Position des Wagens zu einer Zeit  $t$  gegeben ist durch

$$V(x) = \frac{\sigma^2}{N} \left( 1 + \frac{(t - \bar{t})^2}{V(t)} \right).$$

Welche Position mit welchem Fehler hat der Wagen bei  $t = 30$  s?

**3. Aufgabe (4 Punkte)**

Beweisen Sie, dass die in der Vorlesung angegebenen Ausdrücke für die Schätzer der Steigung und des Offsets bei der Anpassung einer Geraden an die Messwerte  $y_i$  mit den Fehlern  $\sigma_i \equiv \sigma$  identisch sind mit dem Fall, dass die Fehler nicht gleich sind ( $\sigma_i \neq \sigma$ ), wenn bei den Ausdrücken für  $\bar{a}$  der einfache Mittelwert durch ein gewichtetes Mittel mit dem Gewichtungsfaktor  $\frac{1}{\sigma_i^2}$  ersetzt wird!