

Antworten zu den Beispielaufgaben zum Thema **Kurvendiskussion**

Aufgabe 1.1 Bestimmen Sie die Intervalle der Monotonie folgender Funktionen:

a) $f(x) = 4x^3 - 21x^2 + 18x + 7$,

Auf $(-\infty, \frac{1}{2})$ und $(3, \infty)$ monoton steigend, auf $(\frac{1}{2}, 3)$ monoton fallend.

b) $f(x) = 8x^3 - x^4$,

Auf $(-\infty, 6)$ monoton steigend, auf $(6, \infty)$ monoton fallend.

c) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1$,

Auf $(-\infty, 1)$, $(3, \infty)$ monoton steigend, auf $(1, 3)$ monoton fallend.

d) $f(x) = (x - 1)^3(2x + 3)^2$.

Auf $(-\infty, -\frac{3}{2})$, $(-\frac{1}{2}, \infty)$ monoton steigend, auf $(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ monoton fallend.

Aufgabe 1.2 Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Wert der Funktion

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 8$$

auf dem Intervall $[-3, 6]$.

$$\min_{x \in [-3, 6]} f(x) = -89, \quad \max_{x \in [-3, 6]} f(x) = 100.$$

Aufgabe 1.3 Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)(x-2)^2}$ gegeben. Untersuchen Sie f auf lokale Extrema.

$$x = \frac{4}{3} \text{ lokales Minimum, } f\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}, \quad x = 2 \text{ lokales Maximum, } f(2) = 0.$$

Aufgabe 1.4 Für die folgenden Funktionen finden Sie lokale Extrema auf (a, b) und bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Wert auf $[a, b]$:

a) $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$, $a = -1$, $b = 4$.

(*Hinweis:* Betrachten Sie separat die Fälle $x < 0$ und $x > 0$. Was passiert für $x = 0$?)

$x = 3$ lokales Minimum, $f(3) = 0$,

$x = 0$ lokales Minimum, $f(0) = 9$,

$x = 1$ lokales Maximum, $f(1) = 4e$,

$$\min_{x \in [-1, 4]} f(x) = 0, \quad \max_{x \in [-1, 4]} f(x) = e^4.$$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ 2ex \ln x, & x > 0, \end{cases} \quad a = -1, b = 2.$

$x = \frac{1}{e}$ lokales Minimum, $f\left(\frac{1}{e}\right) = -2$,

$x = 0$ lokales Maximum, $f(0) = 0$,

$$\min_{x \in [-1, 2]} f(x) = -2, \quad \max_{x \in [-1, 2]} f(x) = 4e \ln 2.$$