

Beispielaufgaben zum Thema **Taylor-Entwicklung II, Grenzwert II**

Aufgabe 4.1 Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklungen folgender Funktionen im Punkt 0 mit $o(x^n)$:

- a) $\ln \cos x$, $n = 2$,
- b) $\arctan(\sin x)$, $n = 3$,
- c) $e^{\sin x}$, $n = 3$,
- d) $e^{x \sin x}$, $n = 4$,
- e) $\frac{1}{1 - \ln^2(1+x)}$, $n = 5$.

Aufgabe 4.2 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 4x - 7}{2x^2 + 3x - 5}$,
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}$,
- c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{2x^2 - 5x - 3}$,
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{x^2}$,
- e) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{\arctan(x-1)}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$,
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x \cdot \ln \cot x$,
- g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \ln \left(\frac{2}{\pi} \arctan x \right)$.

Aufgabe 4.3 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \ln x \cdot \ln(1-x)$,
- b) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x \cdot \ln(1+x)}{\sqrt{x}}$,
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x + x^3 \cos(\frac{\pi}{x})}{x^2}$.

Aufgabe 4.4 Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - (\cot x)^2 \right),$$

indem Sie $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ benutzen.