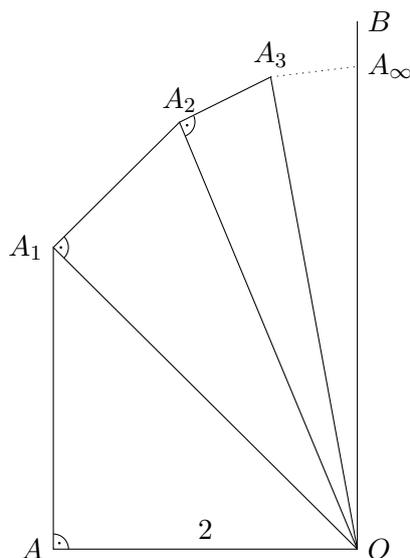


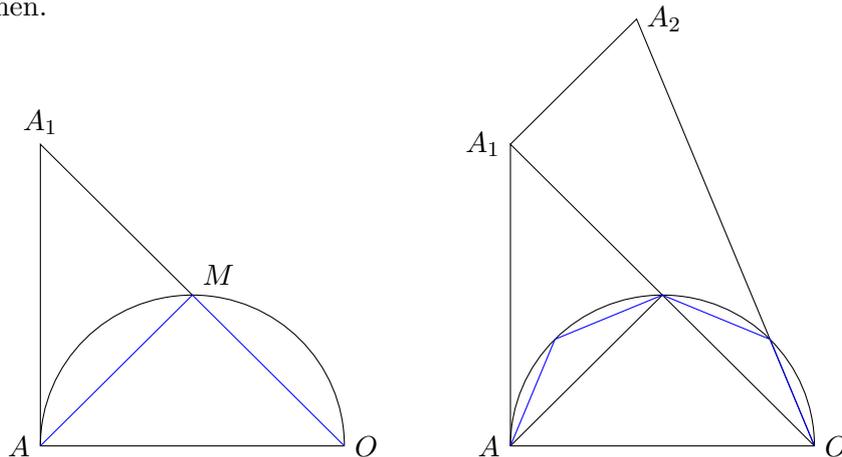
DR. ANTON MALEVICH

Aufgabe 10.1 Führen Sie das Archimedes-Verfahren zur Bestimmung des Kreisumfangs durch. Gehen Sie dabei von einem ein- und einem umbeschriebenen Sechseck aus und führen Sie zwei (bis zu einem 24-Eck) Verdopplungsschritte aus. (Vereinfachen Sie die Ausdrücke mit den Wurzeln soweit wie möglich und berechnen Sie die ungefähren Werte mit dem Taschenrechner nur nach zwei bzw. vier Schritten.)

Aufgabe 10.2 Wir betrachten das “Restwinkelhalbierungsverfahren zur Ermittlung des Halbkreisumfangs”, oder, mit anderen Worten, einen Algorithmus zur Konstruktion einer Strecke der Länge π . Dies wird anhand folgender Skizze erläutert.



Dabei gilt: $|OA| = 2$, $\angle BOA = \angle OAA_1 = \angle OA_i A_{i+1} = \frac{\pi}{2}$ sowie $\angle AOA_1 = \frac{\pi}{4}$ und $\angle A_i OA_{i+1} = \frac{\pi}{2^{i+2}}$ für alle $i \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie: $|OA_\infty| = \lim_{i \rightarrow \infty} |OA_i| = \pi$, indem Sie wie folgt vorgehen.



- Zeigen Sie zunächst, dass $|OA_1| = |OM| + |MA|$ gilt, d.h. $|OA_1|$ gleich dem Halbumfang des in den Einheitskreis eingeschriebenen Quadrates ist.
- Zeigen Sie nun, dass $|OA_2|$ gleich dem Halbumfang des in den Einheitskreis eingeschriebenen regelmäßigen 8-Ecks ist.
- Zeigen Sie per Induktion, dass $|OA_i|$ gleich dem Halbumfang des in den Einheitskreis eingeschriebenen regelmäßigen 2^{i+1} -Ecks ist.

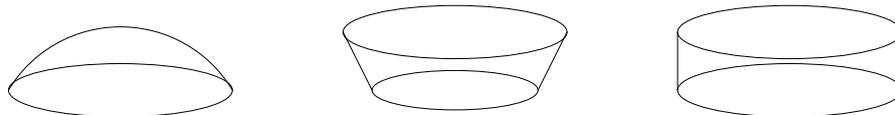
Aufgabe 10.3 Eine Eisdiele verkauft Eiskugeln mit Radius 2 cm in kegelförmigen Waffeln mit Radius 3 cm und Höhe 12 cm. In einer Waffel mit 2 Kugeln schmilzt das Eis und sammelt sich unten in der Waffel. Wir nehmen an, dass das Eis sein Volumen beim Schmelzen nicht verändert. Läuft die Waffel über, oder nicht? Wenn nicht, wie hoch steht das geschmolzene Eis in der Waffel?

Aufgabe 10.4 Kugel + Kegel = Zylinder

a) Leiten Sie durch Vergleich mit einem geeigneten Kegelstumpf die Formel

$$V = \pi \left(R - \frac{1}{3}h \right) h^2$$

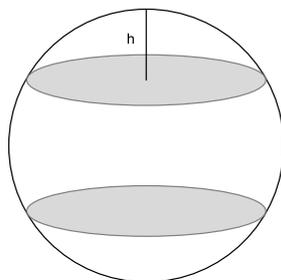
für eine Kappe der Höhe h von einer Kugel mit Radius R her.



b) Der Stiel und die Kerne eines kugelförmigen Apfels mit Radius R werden mit einem Apfelstecher entfernt. Wie viel Volumen bleibt übrig, wenn der zylinderförmige Apfelstecher den Radius r hat?

Aufgabe# 10.5 Eine Kugel wird in ein von Radius und Höhe genau passendes zylindrisches Gefäß getan und der Zylinder wird mit Wasser aufgefüllt. Wie hoch steht das Wasser im Zylinder wenn die Kugel aus dem Zylinder entfernt wird?

Aufgabe# 10.6 Eine Kugel vom Radius 1 soll in drei Scheiben des gleichen Volumens geschnitten werden. Stellen sie eine kubische Gleichung für die Dicke h der äußeren Scheibe auf. Bestimmen Sie mit Hilfe eines Taschenrechners oder Computers näherungsweise die Lösungen dieser Gleichung. Welche ist hier relevant?



Aufgabe# 10.7 Die Lunge besteht aus 400 Millionen Lungenbläschen, die jeweils einen Radius von 0,01 cm haben. Berechnen Sie den Gesamtoberflächeninhalt aller Lungenbläschen. Welchen Radius hat eine einzige Kugel mit dem gleichen Oberflächeninhalt?

Aufgaben mit # werden **nicht** korrigiert und müssen **nicht** abgegeben werden.