

Aufgaben zum Thema 1-I Mengen.

**Aufgabe 1-I.1** Es sei  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ teilt } 18\}$ .

- Wieviel Elemente hat  $A$ ? Geben Sie  $A$  explizit an.
- Es sei nun  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 9\}$ . Bestimmen Sie  $A \cap B$ ,  $B \cup A$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \setminus B$ .
- Bestimmen Sie  $\mathcal{P}(A \cap B)$  sowie  $|\mathcal{P}(A)|$ ,  $|\mathcal{P}(B)|$  und  $|A \times B|$ .

**Aufgabe 1-I.2** Es seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  Mengen. Beweisen Sie:

- $A \subseteq A$ .
- $\emptyset \subseteq A$ .
- Es gibt genau eine leere Menge.
- Die Distributivgesetze:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \text{ und } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

- Die DE MORGANSche Regeln:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C), \text{ und } A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

**Aufgabe 1-I.3** Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (Beweisen Sie oder geben Sie ein Gegenbeispiel an! Skizzieren Sie zu jedem Teil die Venn-Diagramme.)

- $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$ .
- $(A \setminus B) \cup (C \setminus D) = (A \cup C) \setminus (B \cup D)$ .
- $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .
- $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ .

*Musterlösung zu Aufgabe 1-I.2.* Die zweite Gleichheit in Teil d) und die erste in Teil e) wurden in der Vorlesung 1B Mengen im Allgemeinen gelöst.  
Siehe auch Skript des ersten Abschnitts. □