Irrfahrten in zufälliger Umgebung

Matthias Birkner

Hauptseminar, WS 2021/22

JOHANNES GUTENBERG
UNIVERSITÄT MAINZ

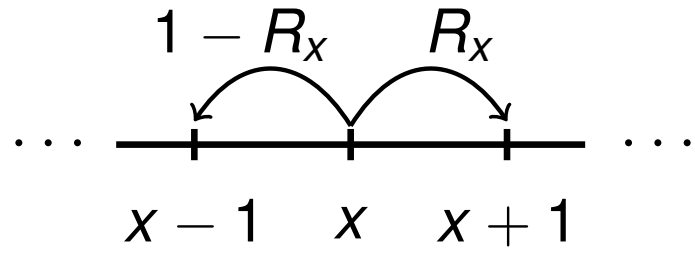
Ein Beispiel

Seien $\ldots, R_{-1}, R_0, R_1, R_2, \ldots$
unabhängige, identisch verteilte ZVn mit Werten in $(0, 1)$

Ein Beispiel

Seien $\ldots, R_{-1}, R_0, R_1, R_2, \ldots$
unabhängige, identisch verteilte ZVn mit Werten in $(0,1)$

Gegeben $(R_j)_{j\in\mathbb{Z}}$ (das zufällige Medium) bewegt sich ein Teilchen auf $\mathbb{Z}$ mit zufälliger Dynamik.

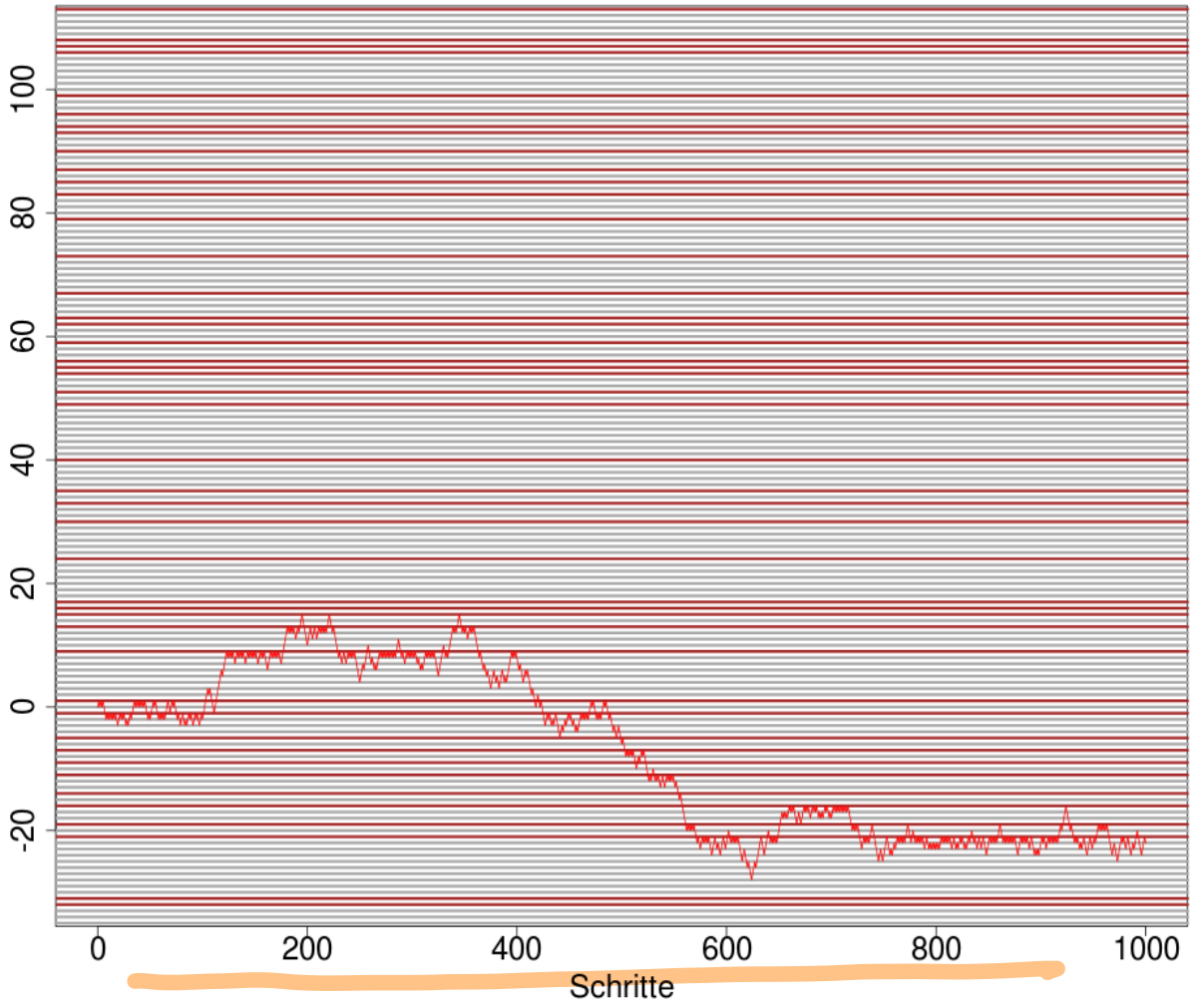


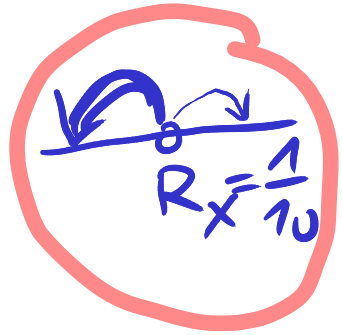
Wenn aktuell am Ort $x \in \mathbb{Z}$:

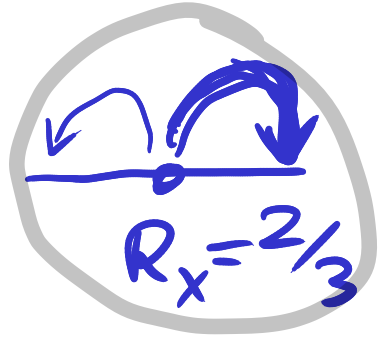
springe nach $x+1$ mit W'keit R_x

springe nach $x-1$ mit W'keit $1-R_x$

Eine Realisierung von $(R_x)_{x\in\mathbb{Z}}$ und ein Pfad



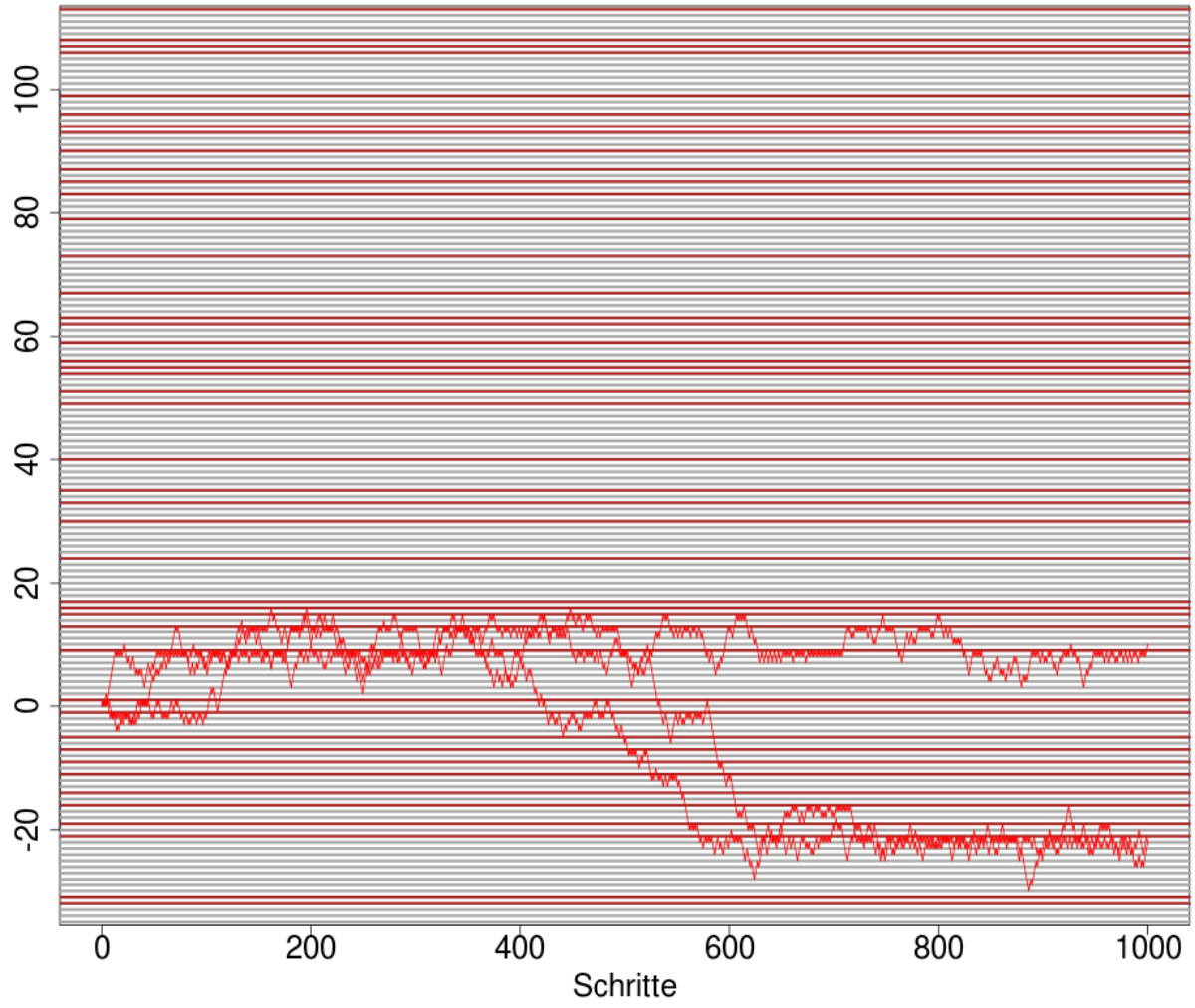




$\mathbb{P}(R_x = \frac{2}{3}) = \frac{3}{4} = 1 - \mathbb{P}(R_x = \frac{1}{10})$,

grau: Orte x mit $R_x = \frac{2}{3}$, braun: Orte mit $R_x = \frac{1}{10}$

Eine Realisierung von $(R_x)_{x\in\mathbb{Z}}$ und drei Pfade



$\mathbb{P}(R_x = \frac{2}{3}) = \frac{3}{4} = 1 - \mathbb{P}(R_x = \frac{1}{10})$,
grau: Orte x mit $R_x = \frac{2}{3}$, braun: Orte mit $R_x = \frac{1}{10}$

Ein gerechtfertigter Vergleich?

$$\mathbb{P}(R_x = \tfrac{2}{3}) = \tfrac{3}{4} = 1 - \mathbb{P}(R_x = \tfrac{1}{10})$$

Die Wahrscheinlichkeit, von einem „rein zufällig“ gewählten Ort aus nach rechts zu gehen ist

$$\overline{p} := \tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{2}{3} + (1 - \tfrac{3}{4})\tfrac{1}{10} = \tfrac{21}{40} \ \left(> \tfrac{1}{2} \right).$$

Ein gerechtfertigter Vergleich?

$$\mathbb{P}(R_x = \tfrac{2}{3}) = \tfrac{3}{4} = 1 - \mathbb{P}(R_x = \tfrac{1}{10})$$

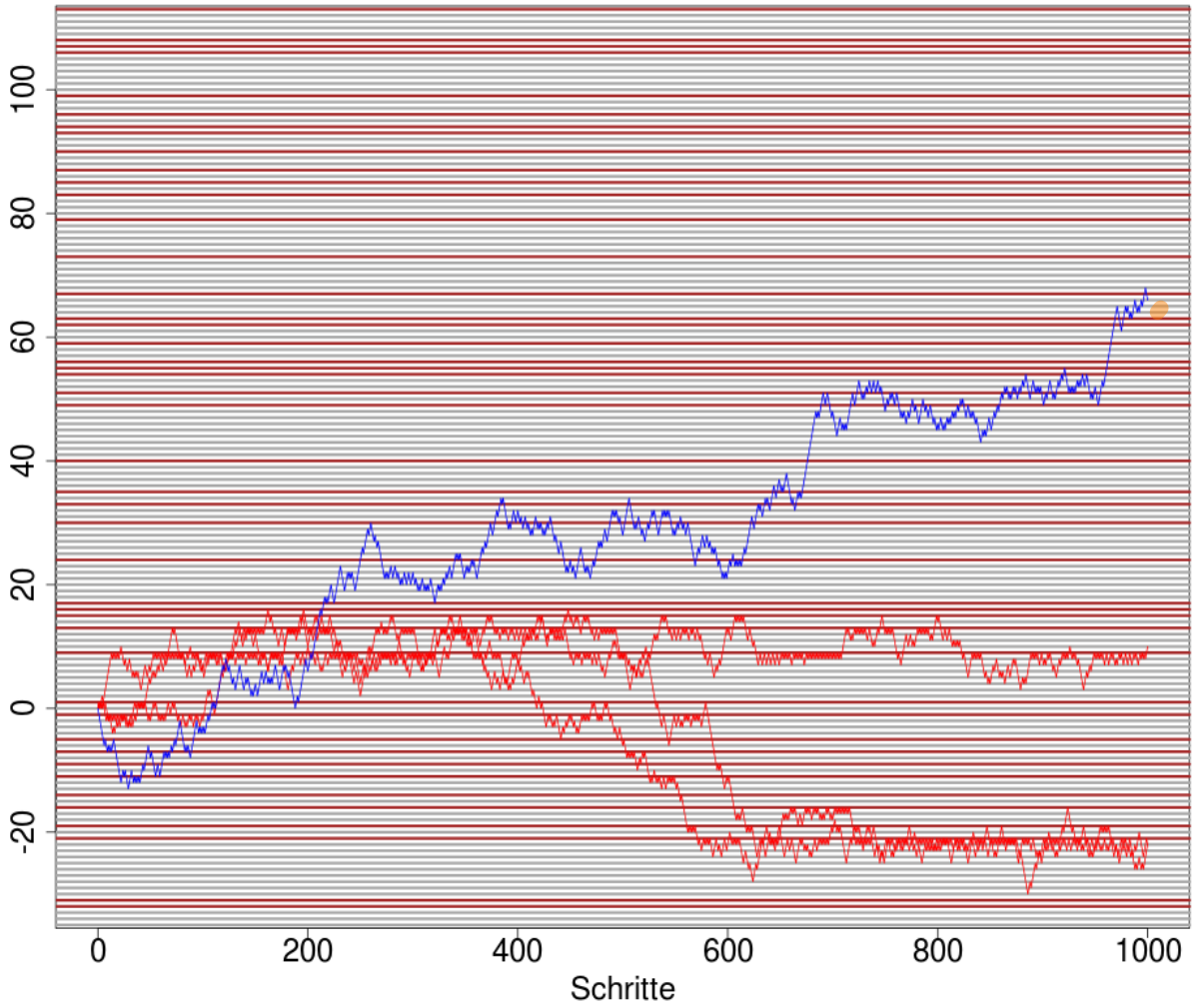
Die Wahrscheinlichkeit, von einem „rein zufällig“ gewählten Ort aus nach rechts zu gehen ist

$$\overline{p} := \tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{2}{3} + (1 - \tfrac{3}{4})\tfrac{1}{10} = \tfrac{21}{40} \ \left(> \tfrac{1}{2} \right).$$

Vergleichen wir die Pfade des Teilchens, das im Medium $(R_x)_{x \in \mathbb{Z}}$ wandert

mit denen einer gewöhnlichen Irrfahrt, die in jedem Schritt mit W’keit $\overline{p}$ nach rechts und mit W’keit $1 - \overline{p}$ nach links springt.

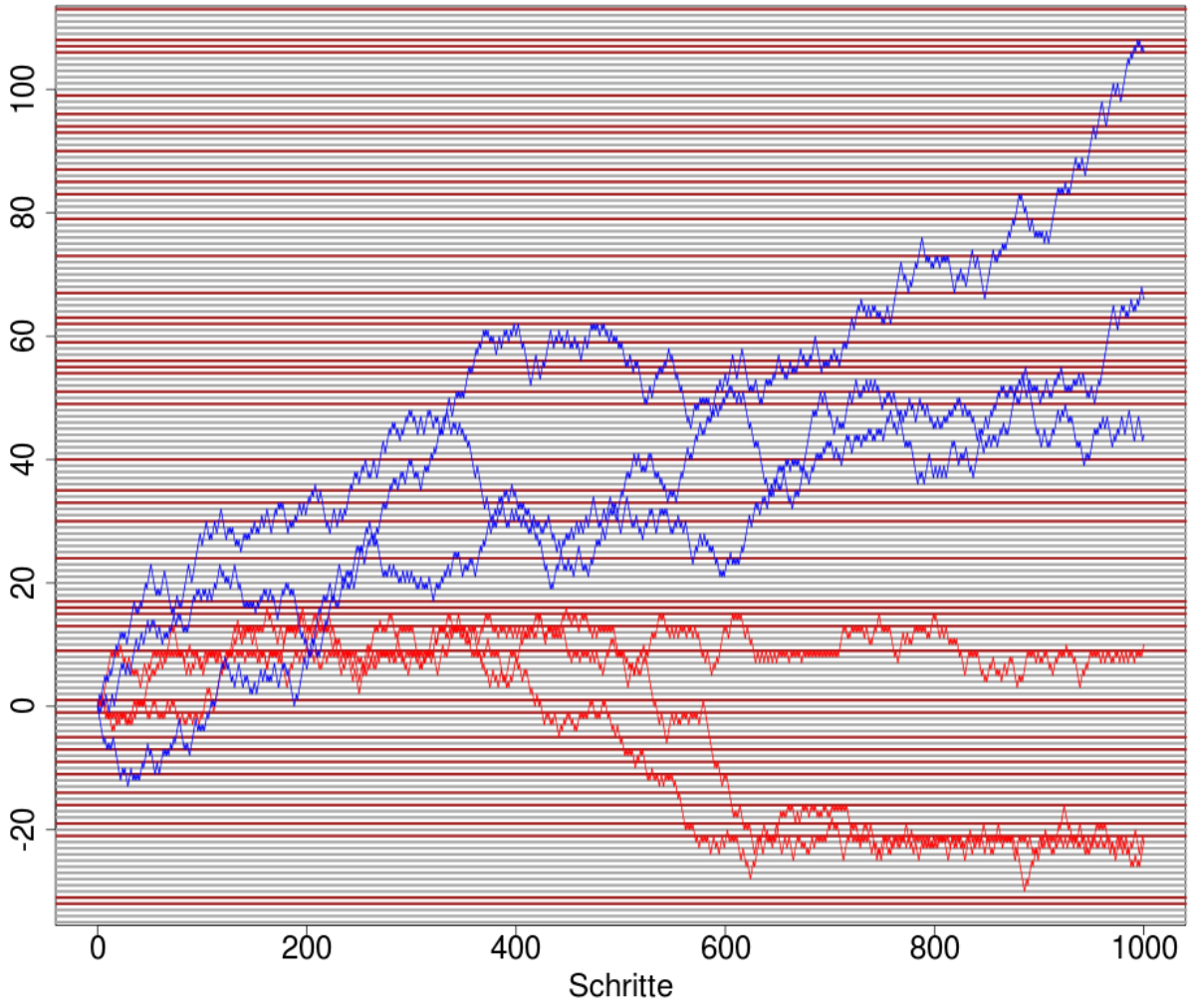
Medium und Irrfahrten



Rot: Irrfahrt in zufälliger Umgebung

Blau: gewöhnliche Irrfahrt gemäß $\overline{p}$

Medium und Irrfahrten



Rot: Irrfahrt in zufälliger Umgebung

Blau: gewöhnliche Irrfahrt gemäß $\overline{p}$

Quellen

Alexander Drewitz, Alejandro F. Ramírez, Selected topics in random walk in random environment, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 69, 23–83 (2014), `arXiv:1309.2589`

Ofer Zeitouni, Lecture notes on random walks in random environment, Lecture Notes in Mathematics, 1837, Springer, 2004

Bei Interesse ggfs. weitere Artikel aus der mathematischen Fachliteratur

Quellen

Alexander Drewitz, Alejandro F. Ramírez, Selected topics in random walk in random environment, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 69, 23–83 (2014), `arXiv:1309.2589`

Ofer Zeitouni, Lecture notes on random walks in random environment, Lecture Notes in Mathematics, 1837, Springer, 2004

Bei Interesse ggfs. weitere Artikel aus der mathematischen Fachliteratur, z.B.

- M.B., Jiří Černý, Andrej Depperschmidt, Nina Gantert, Directed random walk on an oriented percolation cluster, *Electr. J. Probab.* 18 (2013)
- Stein Andreas Bethuelsen, M.B., Andrej Depperschmidt, Timo Schlüter, Local limit theorems for a directed random walk on the backbone of a supercritical oriented percolation cluster, `arXiv:2105.09030` (2021)

Vorbesprechung und Themenvergabe

Freitag

~~Do~~., 9.7.2021, 14:15h

auf `bbb.rlp.net`, dem BigBlueButton-Server des ZDV

(Teilnehmer erhalten den Link per Email.)