

Statistische Mechanik von Gittersystemen

Dozent: Prof. Dr. Matthias Birkner

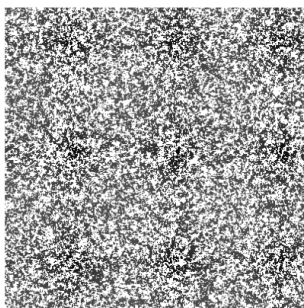
Termine: Mi, Fr 10-12

Statistische Mechanik zielt darauf, das Verhalten makroskopischer Objekte ausgehend von einer mikroskopischen Beschreibung zu erklären. Es soll in dieser Vorlesung, hauptsächlich dem Buch von S. Friedli und Y. Velenik folgend, um eine mathematische Einführung in die klassische Theorie von Gleichgewichtssystemen anhand des (technisch einfacheren Falls) von Gittermodellen gehen.

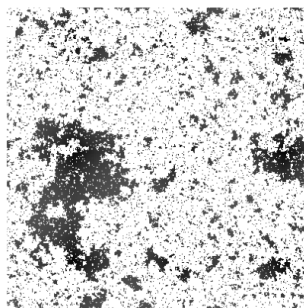
Ein prominentes Beispiel ist das *Ising-Modell*, das E. Ising 1925 als ein Modell für Ferromagnetismus vorgeschlagen hat: An den Knoten z eines Ausschnitts $\Lambda \subset \mathbb{Z}^d$ sitzen Atome, deren magnetisches Moment zwei mögliche Ausrichtungen $+1$ und -1 haben kann; dann hat eine mikroskopische Konfiguration $\sigma = (\sigma_z)_{z \in \Lambda} \in \{\pm 1\}^\Lambda$ bei inverser Temperatur $\beta > 0$ die Wahrscheinlichkeit

$$\mu_\beta(\sigma) = \frac{1}{Z_\beta} \exp\left(\beta \times \sum_{z, z' \in \Lambda \text{ benachbart}} \sigma_z \sigma_{z'}\right)$$

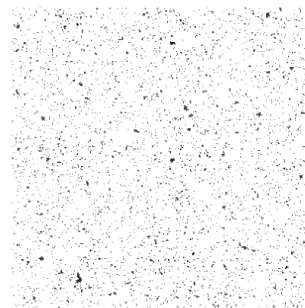
Simulationen für $\Lambda = \{1, \dots, 400\}^2$ (mit periodischem Rand):



$\beta = 0.3$



$\beta = \frac{1}{2} \log(1 + \sqrt{2})$



$\beta = 0.5$

Die Vorlesung richtet sich an fortgeschrittene B.Sc.-Studenten sowie M.Sc.- und M.Ed.-Studenten (insbesondere solche, die Physik als 2. Fach haben). Kenntnisse aus der *Einführung in die Stochastik* und eine gewisse mathematische Reife werden vorausgesetzt, Wissen aus *Stochastik I* (und *Stochastik II*) ist hilfreich, aber nicht zwingend erforderlich.

Literatur:

Sacha Friedli und Yvan Velenik, *Statistical Mechanics of Lattice Systems: a Concrete Mathematical Introduction*, Cambridge University Press (2017).

<https://www.unige.ch/math/folks/velenik/smbook/>

Hans-Otto Georgii, *Gibbs Measures and Phase Transitions*, 2. Aufl., de Gruyter (2011).

Firas Rassoul-Agha und Timo Seppäläinen, *A Course on Large Deviations with an Introduction to Gibbs measures*, American Mathematical Society (2015).