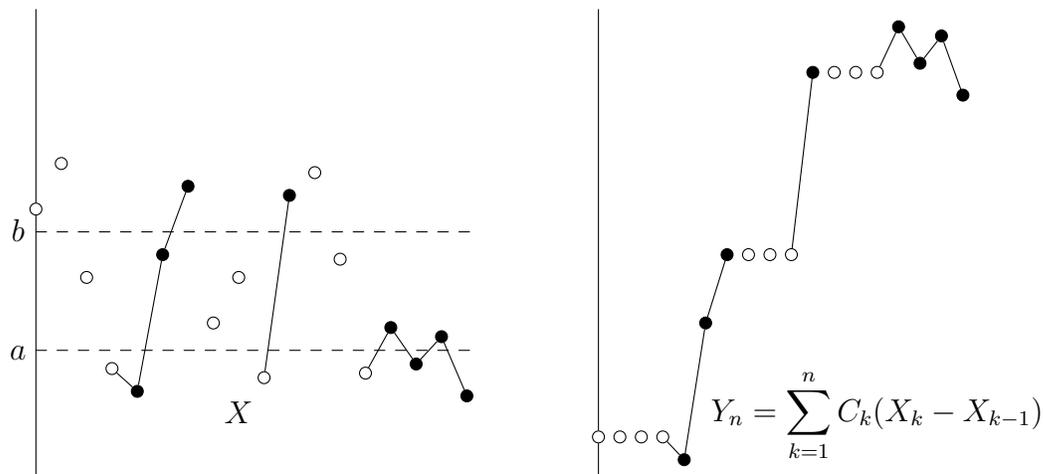


# Stochastik I

Dozent: Prof. Dr. Matthias Birkner

Termine: Di 10–12 und Do 10–12 (online)

Stochastik, d.h. Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, als mathematische Disziplin beschäftigt sich mit der Modellierung und Untersuchung von zufälligen Phänomenen. Sie besitzt beeindruckende und erfolgreiche außermathematische Anwendungen (beispielsweise in der Physik, der Biologie, der Ökonomie) und hat zugleich interessante und tiefliegende Beziehungen zu anderen mathematischen Fachgebieten.



$$C_1 := \mathbf{1}_{\{X_0 < a\}}, C_k := \mathbf{1}_{\{C_{k-1}=1, X_{k-1} \leq b\}} + \mathbf{1}_{\{C_{k-1}=0, X_{k-1} < a\}}, k > 1$$

Die Vorlesung *Stochastik I* richtet sich an Studenten der Mathematik, die bereits die *Einführung in die Stochastik* gehört haben. Hauptthema sind klassische Probleme und Sätze der Wahrscheinlichkeitstheorie. Die Vorlesung knüpft an den mehr intuitiven Zugang der Einführung an und setzt ihn in einen rigorosen mathematischen Kontext. Dazu werden zunächst die maßtheoretischen Grundlagen soweit entwickelt, wie sie für eine mathematische Behandlung der Stochastik erforderlich sind. Die Vorlesung bildet eine abgeschlossene Einheit; sie ist gleichwohl die Grundlage für die weiterführende Vorlesung *Stochastik II*, in der dann u.a. stochastische Prozesse in stetiger Zeit behandelt werden.

Themenstichpunkte: Maßräume,  $\sigma$ -Algebren, Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen, Lebesgue-Integration; klassische Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitstheorie (Gesetze der großen Zahlen, zentraler Grenzwertsatz), charakteristische Funktionen, schwache Konvergenz, bedingter Erwartungswert, Martingale (in diskreter Zeit)

## Literatur:

- A. Klenke, *Wahrscheinlichkeitstheorie*, 4. Aufl., Springer, 2020.
- D. Williams, *Probability with martingales*, Cambridge Univ. Press, 1995.
- O. Kallenberg, *Foundations of modern probability*, 2. ed, Springer, 2002.
- W. Feller, *An Introduction to Probability Theory*, Band 1 und 2, Wiley 1968 und 1971.
- L. Breiman, *Probability*, Wiley, 1968.