Mathematik I für Brauerei- und Brennereitechnolgen
WS 2005/2006, TU Berlin

Dr. Matthias Birkner

3. Übungsblatt

Ausgabe am 4.11.2005. Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben bis zur Übung am 11.11.2005.

1. Aufgabe

Das radioaktive Kohlenstoffisotop ^{14}C hat eine Halbwertszeit von ca. 5730 Jahren und kommt in der Atmosphäre natürlicherweise vor (es wird durch kosmische Strahlung in der oberen Atmosphäre aus Stickstoff gebildet, und wir nehmen der Einfachheit halber an, dass seine Konzentration im Lauf der Jahrtausende konstant ist). Lebende Pflanzen nehmen es bei der Photosynthese auf und bauen es ebenso wie das „normale“ ^{12}C in ihre Zellen ein. Da nach dem Tod kein weiterer Kohlenstoff aufgenommen wird, nimmt der Anteil an ^{14}C exponentiell ab, und man kann durch Messung dieses Anteils das Alter einer Probe bestimmen.
Stellen Sie eine Gleichung auf für $A(t)$, den Anteil noch unzerfallenen ^{14}C in einer Probe nach t Jahren ($A(0) = 1$).
Vervollständigen Sie damit folgende Tabelle:

$A(t)$	14%	2,2%	1,4%	
t				74.000 a

2. Aufgabe

a) Die Masse einer Hefekultur nehme (unter guten Bedingungen) jede Stunde um 9% zu. Wie lange dauert es, bis sie 1 kg, wie lange, bis sie 1 t erreicht, wenn die Startmasse 20 mg beträgt? Wie lange würde es dauern, bis die Kultur unter denselben Bedingungen die Masse der Erde erreicht (ca. $5{,}97 \cdot 10^{21}$ t)?

b) Da die Kulturgröße beschränkt ist, werde $M(t)$, die Masse nach t Stunden, besser durch folgende Gleichung beschrieben:

$$M(t) = \frac{KM(0)e^{0{,}0862t}}{K - M(0) + M(0)e^{0{,}0862t}}.$$

mit $K = 1{,}5$ t. Wie lange dauert es unter diesen Bedingungen, bis die Masse 1 kg, wie lange, bis sie 1 t erreicht? Wird die Masse jemals über 2 t anwachsen?

3. Aufgabe

Bestimmen Sie jeweils die Menge der reellen Zahlen, die folgende Gleichungen lösen:
a) $2a^2 - 5a = 7$ b) $x(x - 2) = 1$

4. Aufgabe

Ein Fahrzeug hat zur Zeit $t = 0$ eine Geschwindigkeit $v(0) = 60$ km/h und beginnt kontinuierlich zu bremsen, so dass seine Geschwindigkeit jede Sekunde um $\Delta := 15$ km/h abnimmt. Sei T_{stop} die Zeit, die es benötigt, um zum Stillstand zu kommen. (Wie groß ist T_{stop}?).
Für t zwischen 0 und T_{stop} sei $s(t)$ die zur Zeit t zurückgelegte Wegstrecke relative zur Position zur Zeit 0, wir messen t in Sekunden. Es gilt

$$s(t) = v(0)t - \frac{1}{2}\frac{\Delta\,\text{km/h}}{\text{s}}t^2.$$

Wie lang ist der Bremsweg, d.h. wieviele Meter hat das Fahrzeug bis zur Zeit T_{stop} zurückgelegt? Nach wieviel Zeit hat das Fahrzeug 20 m zurückgelegt?