Mathematik I für Brauerei- und Brennereitechnologen WS 2005/2006, TU Berlin

Dr. Matthias Birkner

6. Übungsblatt

Ausgabe am 25.11.2005. Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben bis zur Übung am 2.12.2005.

1. Aufgabe

a) Berechnen Sie für die Vektoren

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{z} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

folgende Ausdrücke:

$$2\vec{x} + \vec{z}\,, \qquad \vec{x} - \vec{y}\,, \qquad (\vec{x} \cdot \vec{y})\vec{y}\,, \qquad [\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}]\,,$$

$$(\vec{x} + \vec{y}) \times (\vec{x} - \vec{y})\,, \qquad (\vec{x} + \vec{y} + 2\vec{z}) \cdot \vec{z}\,, \qquad (\vec{x} \times \vec{y}) \times \vec{z} - \vec{x} \times (\vec{y} \times \vec{z})\,.$$

Deuten Sie die Ergebnisse geometrisch.

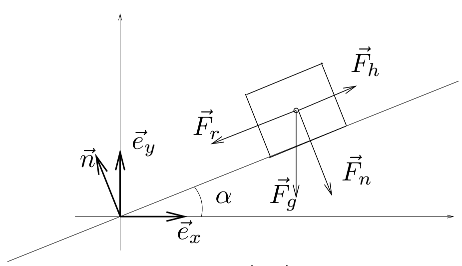
b) Berechnen Sie $|\vec{y}|$, $|\vec{z}|$ sowie die orthogonale Zerlegung von $\vec{x}$ längs $\vec{y}$ bzw. längs $\vec{z}$.

2. Aufgabe

Betrachten Sie nebenstehende Situation einer schiefen Ebene, wobei

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

die Koordinaten-Einheitsvektoren sind. Die Gleitbahn bilde einen Winkel $\alpha = 30°$ mit der x-Achse.



Bestimmen Sie die Koordinaten des (Einheits-)Normalenvektors $\vec{n} = \binom{n_x}{n_y}$, der senkrecht auf der Gleitbahn steht, sowie die Koordinaten des Einheitsvektors $\vec{a}$, der senkrecht auf $\vec{n}$ steht und $\vec{a} \cdot \vec{e}_x < 0$ erfüllt.

Der Gewichtskraftvektor sei $\vec{F}_g = -20\vec{e}_y$. Zerlegen Sie $\vec{F}_g = \vec{F}_n + \vec{F}_a$, wo $\vec{F}_n$ (anti-)parallel zu $\vec{n}$ und $\vec{F}_a \perp \vec{n}$. Durch Gleitreibung entsteht eine Kraft $\vec{F}_h = -\mu|\vec{F}_n|\vec{a}$, wobei der Reibungskoeffient $\mu = 0{,}6$ sei. Berechnen Sie die resultierende Kraft $\vec{F}_r = \vec{F}_a + \vec{F}_h$, die auf den Körper wirkt, sowie $|\vec{F}_r|$.

3. Aufgabe

Betrachten Sie einen Würfel, dessen 8 Ecken durch die Punkte mit den Koordinaten $(\pm1, \pm1, \pm1)$ gegeben sind (siehe nebenstehende Skizze). Bestimmen Sie die Einheitsvektoren $\vec{d}_1, \ldots, \vec{d}_4$ in Richtung der Raumdiagonalen, für die $\vec{e}_3 \cdot \vec{d}_i > 0$ $(i = 1, \ldots, 4)$ gilt. Berechnen Sie alle Winkel, die zwischen den $\vec{d}_i$ gebildet werden.