

Übungsblatt 5A – Präsenzaufgabe – keine Abgabe erforderlich !!!

Aufgabe 5A.1 (Gütefunktionen nichtparametrischer Tests in Zweistichprobenmodellen): Im nichtparametrischen Zweistichproben-Lokationsmodell

$$(Z^*) \quad \left(\mathbb{R}^N, \mathcal{B}(\mathbb{R}^N), \mathcal{P} := \left\{ \bigotimes_{j=1}^m F(\cdot - \Delta) \otimes \bigotimes_{j=m+1}^N F(\cdot) : \Delta \in \mathbb{R}, F \in \mathcal{F}_C \right\} \right)$$

mit $m = N - m = 10$ betrachte man zum Niveau $\alpha = 0.05$ den van der Waerden-Test, den Mediantest und den Wilcoxon-Test als Tests für

$$\mathbf{H} : \Delta \leq 0 \quad \text{gegen} \quad \mathbf{K} : \Delta > 0 .$$

Auf jedem der durch

$$F \in \{ \mathcal{N}(0, 1), \mathcal{R}(0, 1), \text{Cauchyverteilung}, \text{Doppelexponentialverteilung} \}$$

festgelegten eindimensionalen Submodelle von \mathcal{P} erstelle man einen vergleichenden Plot der durch Simulation approximativ berechneten Gütefunktionen der drei Tests. Was fällt auf?

(Präsenzaufgabe, keine Abgabe)

Hinweis: Mit einer nichtfallenden Funktion $a(\cdot) = a_N(\cdot) : \{1, \dots, N\} \rightarrow \mathbb{R}$ sind die Rangtests von Gestalt

$$\phi = \left(1_{(c_\alpha, \infty)} + \gamma_\alpha 1_{\{c_\alpha\}} \right) \circ S \quad , \quad S = \sum_{n=1}^m a_N(R_j) .$$

wobei R_j Rang der Beobachtung X_j in der Gesamtstichprobe (X_1, \dots, X_N) . Unter $\Delta = 0$ ist das Tupel (R_1, \dots, R_N) gleichverteilt auf der Gruppe aller Permutationen von $(1, \dots, N)$, und man findet die Verteilung von S unter $\Delta = 0$, die kritischen Werte c_α sowie (falls nötig) die γ_α teils vertafelt (z.B. Hájek, Nonparametric Statistics, 1969, S. 159–167), teils im Computer (z.B. `help(pwilcox)` unter R); die Verteilung von S unter $\Delta = 0$ im Fall des Mediantests ist hypergeometrisch $\mathcal{H}(N, m, m)$.