

## Übungsblatt 5A – Präsenzaufgabe – keine Abgabe erforderlich !!!

Aufgabe 5A.1 (Gütefunktionen nichtparametrischer Tests in Zweistichprobenmodellen): Im nichtparametrischen Zweistichproben-Lokationsmodell

$$(Z^*) \quad \left( \mathbb{R}^N, \mathcal{B}(\mathbb{R}^N), \mathcal{P} := \left\{ \bigotimes_{j=1}^m F(\cdot - \Delta) \otimes \bigotimes_{j=m+1}^N F(\cdot) : \Delta \in \mathbb{R}, F \in \mathcal{F}_C \right\} \right)$$

mit  $m = N - m = 10$  betrachte man zum Niveau  $\alpha = 0.05$  den van der Waerden-Test, den Mediantest und den Wilcoxon-Test als Tests für

$$\mathbf{H} : \Delta \leq 0 \quad \text{gegen} \quad \mathbf{K} : \Delta > 0 .$$

Auf jedem der durch

$$F \in \{ \mathcal{N}(0, 1), \mathcal{R}(0, 1), \text{Cauchyverteilung}, \text{Doppelexponentialverteilung} \}$$

festgelegten eindimensionalen Submodelle von  $\mathcal{P}$  erstelle man einen vergleichenden Plot der durch Simulation approximativ berechneten Gütefunktionen der drei Tests. Was fällt auf?

*(Präsenzaufgabe, keine Abgabe)*

Hinweis: Mit einer nichtfallenden Funktion  $a(\cdot) = a_N(\cdot) : \{1, \dots, N\} \rightarrow \mathbb{R}$  sind die Rangtests von Gestalt

$$\phi = \left( 1_{(c_\alpha, \infty)} + \gamma_\alpha 1_{\{c_\alpha\}} \right) \circ S \quad , \quad S = \sum_{n=1}^m a_N(R_j) .$$

wobei  $R_j$  Rang der Beobachtung  $X_j$  in der Gesamtstichprobe  $(X_1, \dots, X_N)$ . Unter  $\Delta = 0$  ist das Tupel  $(R_1, \dots, R_N)$  gleichverteilt auf der Gruppe aller Permutationen von  $(1, \dots, N)$ , und man findet die Verteilung von  $S$  unter  $\Delta = 0$ , die kritischen Werte  $c_\alpha$  sowie (falls nötig) die  $\gamma_\alpha$  teils vertafelt (z.B. Hájek, Nonparametric Statistics, 1969, S. 159–167), teils im Computer (z.B. `help(pwilcox)` unter R); die Verteilung von  $S$  unter  $\Delta = 0$  im Fall des Mediantests ist hypergeometrisch  $\mathcal{H}(N, m, m)$ .