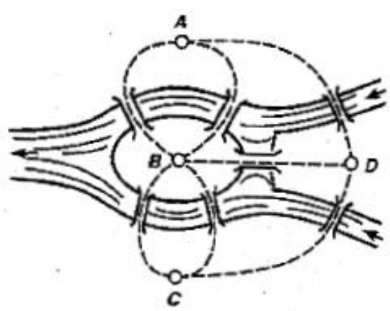
Dr. Cynthia Hog-Angeloni
Institut für Mathematik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

Übungsblatt 0

1. *Königsberger Brückenproblem:* Gegeben ist die folgende geographische Situation: Durch die Stadt Königsberg fließt der Fluss Pregel. Im 18. Jahrhundert überquerten sieben Brücken den Fluss in der hier skizzierten Weise:



   Ist es möglich, von einem beliebigen Startpunkt aus einen Rundgang zu machen (also zum Startpunkt zurückzukehren) und jede Brücke dabei genau einmal zu überqueren? Falls nein, ist es möglich, alle Brücken genau einmal zu überqueren, wenn Start- und Endpunkt verschieden sein dürfen?

2. Eine Menge $F \subset \mathbb{R}^2$ heißt F *sternförmig*, wenn es einen Punkt $p \in F$ gibt mit der Eigenschaft, dass für jeden Punkt $q \in F$ die Verbindungsstrecke $[p, q] = \{tp + (1-t)q \mid t \in [0,1]\}$ ganz in F liegt. Zeigen Sie die berühmte *Polyederformel* für sternförmige Polyeder

$$E - K + F = 2.$$

   Dabei bezeichnet E die Anzahl der Ecken, K die Anzahl der Kanten und F die Anzahl der Flächen des Polyeders.

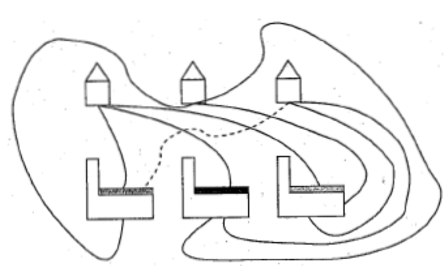
3. Beweisen Sie die folgende Aussage:

   Sei G ein einfacher, ebener Graph. Dann gilt: G hat eine Ecke vom Grad höchstens 5.

   Folgern Sie den $6-$Farben Satz für ebene Landkarten.

4. *Das Gas-Wasser-Elektro Problem*:

   Drei Häuser sollen jeweils einen Gas-, Wasser- und Elektrizitätsanschluss erhalten.



   Versuchen Sie, dies zu realisieren, ohne dass die Leitungen sich schneiden.