Bestimmung von e/m

Grolik Benno, Kopp Joachim

2. Januar 2003

1 Grundlagen

Um die spezifische Ladung von Elektronen e/m zu bestimmen, verwendet man in der Regel ein Fadenstrahlrohr, in dem ein beschleunigter und gebündelter Elektronenstrahl durch ein homogenes Magnetfeld auf eine Kreisbahn gekrümmt wird. Durch eine geeignete Gasfüllung kann der Elektronenstrahl sichtbar gemacht werden.

Sind die Parameter des Magnetfeldes (Stromstärke I, Windungszahl N, Spulenradius R), das durch zwei Helmholtzspulen erzeugt wird, und der Elektronenkanone (Beschleunigungsspannung U_0) bekannt, so kann man aus dem Durchmesser der Elektronenbahn d die spezifische Ladung folgendermaßberechnen:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_0}{B^2(d/2)^2}$$

Mit

$$B = \mu_0(4/5)^{3/2} \cdot N \cdot \frac{I}{R}$$

folgt daraus

$$\frac{e}{m} = \underbrace{\frac{125}{8}\frac{R^2}{\mu_0^2 N^2}}_{=:\xi} \cdot \frac{U_0}{d^2 I^2}$$

Im Folgenden wird der konstante Term mit ξ abgekürzt.

2 Versuchsdurchführung und -auswertung

Bei konstanter Magnetfeldkonfiguration ($R = 0.15$m, $N = 130$,$I = 1.5$A) wurden insgesamt fünf Versuchsreihen bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen ($U_0 = 150, 180, 210, 240, 300$V) durchgeführt. Dabei wurde jeweils fünfmal der Radius der Kreisbahn gemessen.

Die in den einzelnen Versuchsreihen ermittelten Werte für e/m sind in der Abbildung mit den jeweiligen Toleranzen aufgetragen.

Diese Fehlerabschätzung ergibt sich auf folgende Weise aus dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz und der obigen Formel für e/m:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial(e/m)}{\partial U_0} &= \frac{\xi}{d^2 I^2} \\
\frac{\partial(e/m)}{\partial I} &= -2\frac{\xi \cdot U_0}{d^2 I^3} \\
\frac{\partial(e/m)}{\partial d} &= -2\frac{\xi \cdot U_0}{d^3 I^2} \\
\Longrightarrow \Delta(e/m) &= \sqrt{\Delta\overline{d}^2 \left(-2\frac{\xi \cdot U_0}{d^3 I^2}\right)^2 + \Delta\overline{U_0}^2 \left(\frac{\xi}{d^2 I^2}\right)^2 + \Delta\overline{I}^2 \left(-2\frac{\xi \cdot U_0}{d^2 I^3}\right)^2}
\end{aligned}
$$

Hierbei wurden für die Abweichungen der Größen U_0 und I die Herstellerangaben der Messgeräte verwendet. Die Abweichung $\Delta\overline{d}^2$ des mittleren gemessen Kreisdurchmessers vom tatsächlichen Wert wurde mit Hilfe der Student-Funktion aus der Standardabweichung der Messwerte ermittelt. Die prinzipielle Ablesegenauigkeit von ± 0.05mm kommt bei dieser Messung nicht zum Tragen, da z.B. die Breite des Elektronenstrahls und Ungenauigkeiten bei der Anpeilung des Maßstabes wesentlich größere Fehler verursachen.

Der wahre Wert für e/m muss in dem Bereich liegen, der von allen Fehlerbalken abgedeckt wird, d.h. zwischen $1.52 \cdot 10^{11}$ und $1.82 \cdot 10^{11}$ C/kg. Schlägt man einen genaueren Wert in einem Tabellenwerk nach ($1.759 \cdot 10^{11}$ C/kg), so zeigt sich, dass dieser tatsächlich in dem angegebenen Bereich liegt.

3 Diskussion systematischer Fehler

Vergleicht man die in unseren fünf Messreihen erhaltenen Werte für die spezifische Ladung mit dem tabellierten aus einer physikalischen Formelsammlung (ca. $1.759 \cdot 10^{11}$ C/kg), so fällt auf, dass wir in unserem Versuch immer etwas zu tief lagen. Eine mögliche Ursache hierfür liegt in den verwendeten analogen Volt- und Amperemetern, die möglicherweise schon länger nicht mehr genau kalibriert wurden. Daneben spielt evtl. auch das gegenüber der Glühkathode negative Potential des Wehneltzylinders (ca. 15 - 20 V) eine Rolle, das eine zusätzliche Beschleunigung der Elektronen bewirken könnte.

Daneben fällt die relative große Abweichung des bei $U_0 = 300$ V erhaltenen Wertes auf. Hier ist zu bedenken, dass bei dieser Beschleunigungsspannung sowohl die Spannungsquelle als auch das Voltmeter am oberen Limit arbeiteten. Dort treten aufgrund gerätespezifischer Eigenschaften möglicherweis Nichtlinearitäten auf.

4 Fragen

4.1 Weitere Möglichkeiten zur Bestimmung von e/m

Neben Magnetfeldern kommen auch elektrische Felder zur Bestimmung der spezifischen Elektronenladung in Frage: Wird ein Elektronenstrahl durch ein senkrecht zur Bewegungsrichtung gerichtetes Feld abgelenkt, so hängt die Beschleunigung, die er erfährt, von der spezifischen Elektronenladung ab.

Für die praktische Durchführung ist es allerdings notwendig, die Geschwindigkeit der Elektronen zu kennen, wofür man wiederum die Elementarladung kennen muss, die z.B. im Millikan-Versuch ermittelt werden kann.

4.2 Andere Elektronenbahnen

Da nur die Komponente von $\vec{v}$, die senkrecht zu $\vec{B}$ steht, eine Richtungsänderung erfährt, bleibt eine Bewegungskomponente parallel zum Magnetfeld übrig: Die Elektronen beschreiben eine Spiralbahn. Im Experiment kann dieser Effekt leicht beobachtet werden, indem man das Fadenstrahlrohr leicht dreht.

4.3 Sichtbarmachung der Elektronenbahnen

Die beschleunigten Elektronen regen durch Stöße mit den Gasatomen deren Elektronen an. Fallen diese in ihre ursprünglichen Energieniveaus zurück, so senden sie charakteristische elektromagnetische Wellen aus, die im vorliegenden Fall im sichtbaren Bereich liegen.

Das Wasserstoffgas steht unter geringem Druck, damit dem Elektronenstrahl durch Stöße nicht zu viel Energie entzogen wird. Ansonsten würde dessen Bahn asymmetrisch bzw. die Elektronen würden so langsam, dass sie keine H-Atome mehr anregen können und damit unsichtbar werden.

4.4 Einflußdes Erdmagnetfeldes

Das Erdmagnetfeld läst sich in zwei Komponenten aufteilen: Eine parallel zum Magnetfeld der Helmholtz-Spulen und eine senkrecht dazu. Die senkrechte Komponente bringt den Elektronenstrahl auf eine spiralförmige Bahn und kann durch eine Drehung des Fadenstrahlrohres kompensiert werden. Die parallele Komponente stärkt oder schwächt das erzeugte Magnetfeld geringfügig und ändert damit den Radius der Kreisbahn. Um diesen Effekt nachzuweisen, kann man die Grundplatte des Fadenstrahlrohres bei sonst gleichen Bedingungen drehen und die Differenz der erhaltenen Bahnradien ermitteln. Bedenkt man allerdings, dass die Flussdichte des Erdmagnetfeldes in der Größenordnung 10^{-5} liegt, während das Magnetfeld unseres Versuchs zwei Größenordnungen darüber liegt, so stellt sich heraus, dass bei dem vorhandenen Messaufbau dieser Einfluss vernachlässigt werden kann, da ein Fehler der magnetischen Flussdichte von 1 % den erhaltenen Wert für die spezifische Ladung um ca. 2 % verändern würde, was angesichts der anderen Fehlerquellen kaum bemerkbar ist.

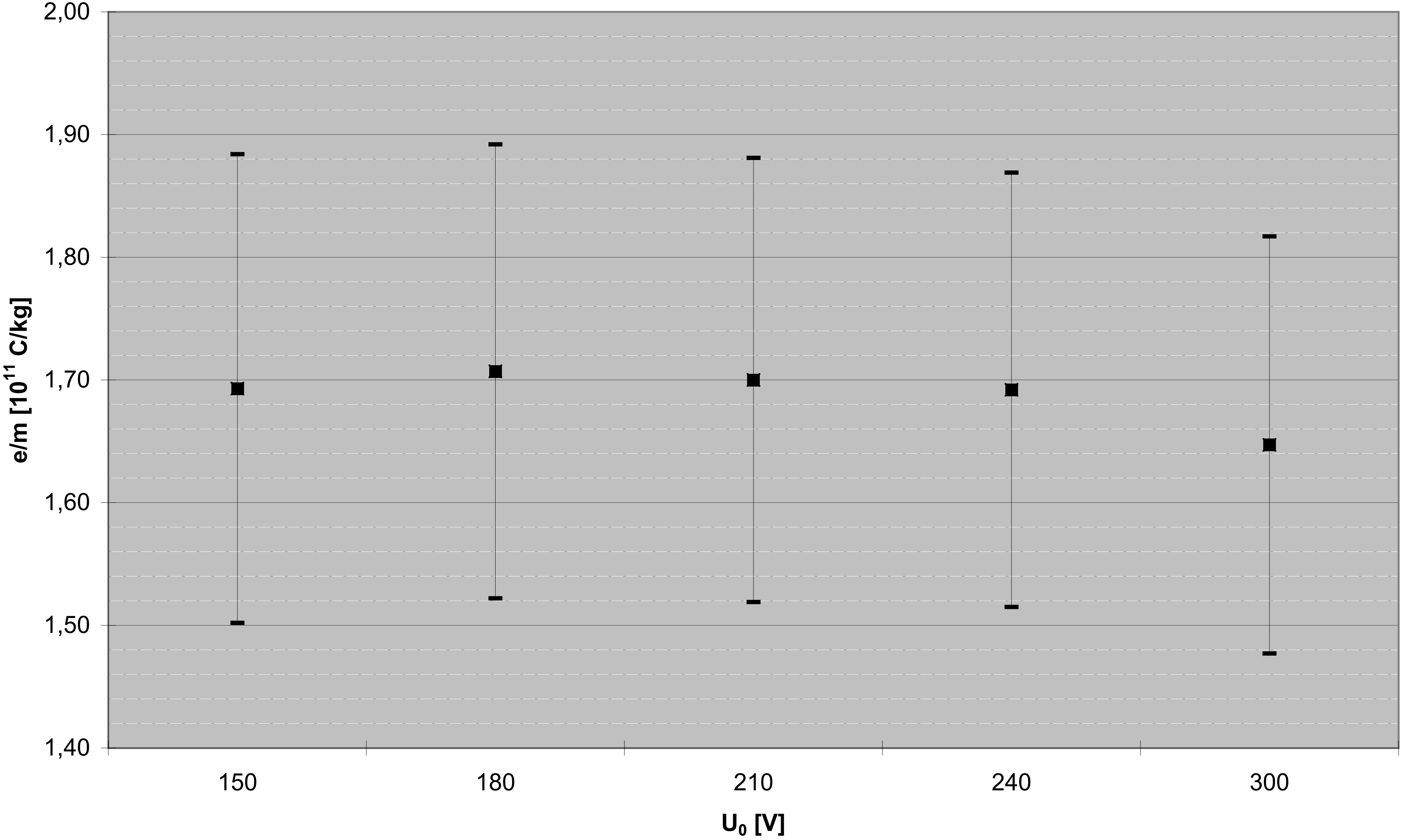
4.5 Analytische Auswertung des Endergebnisses

Aus den fünf durchgeführten Messreihen ergeben sich fünf verschiedene Werte für e/m. Deren Mittelwert beträgt

$$\overline{\frac{e}{m}} = 1.688 \cdot 10^{11} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

Der Gesamtfehler errechnet sich aus den Einzelfehlern gemäß

$$\sqrt{\frac{\sum_i \Delta(e/m)^2}{n}} = 0.181 \cdot 10^{11}$$



2,00
1,90
1,80
1,70
1,60
1,50
1,40
e/m [10^11 C/kg]
150
180
210
240
300
U0 [V]