Das Elektronenstrahloszilloskop

Grolik Benno, Kopp Joachim

2. Januar 2003

1 Einführung

Zur Untersuchung elektrodynamischer Prozesse, die auf kurzen Zeitskalen ablaufen, sind herkömmliche Messgeräte wie Digitalmultimeter wegen ihrer geringen Samplerate völlig ungeeignet. Zur Untersuchung solcher Vorgänge verwendet man deshalb ein Oszilloskop, das über die Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld Frequenzen bis zu mehreren GHz sichtbar machen kann.

Im Folgenden werden wir die Ergebnisse einiger Versuche diskutieren, die an einem (analogen) 20 MHz-Oszilloskop durchgeführt wurden. Im Einzelnen wurden folgende Phänomene analysiert::

- Eigenschaften von elektronischen Hoch- und Tiefpassfiltern
- Vorgänge beim Abgleich eines Tastkopfes
- Resonanzkurven von elektromagnetischen Schwingkreisen
- Frequenz und Amplitude der Netzwechselspannung
- Sichtbarmachung von Störsignalen

2 Hoch- und Tiefpass

2.1 Grundlagen

Ein Tiefpass besteht aus der Reihenschaltung eines ohmschen Widerstandes mit einem Kondensator (vgl. Abbildung 1a). Es handelt sich also im Wesentlichen um eine Spannungsteilerschaltung, wobei der kapazitive Widerstand $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ von der Frequenz des angelegten Signals U_E abhängt. Bei niederfrequenten Signalen hat der Kondensator einen sehr hohen Widerstand, d.h. die gesamte Spannung fällt an ihm ab und wird als Ausgangssignal U_A gemessen. Bei hohen Frequenzen wird Z_C sehr klein, so dass der Großteil der Spannung an R abfällt — U_A wird entsprechend kleiner.

Vertauscht man Kondensator und ohmschen Widerstand (vgl. Abbildung 1b), ergibt sich ein genau entgegengesetztes Verhalten, d.h. für hohe Frequenzen wird der Ausgangspegel größer. Man erhält einen Hochpass.



Abbildung 1: Schaltung von Hoch- und Tiefpassfiltern

Die Grenzfrequenz f_G von Hoch- und Tiefpass ist definiert als die Frequenz, bei der U_A gerade den Wert $\frac{U_E}{\sqrt{2}}$ annimmt. Es lässt sich zeigen, dass für diese Frequenz gilt

$$f_G = \frac{1}{2\pi RC} \tag{1}$$

Für den im vorliegenden Versuch verwendeten Tiefpass mit einer Kapazität von C = 100 nF und einem ohmschen Widerstand von $R = 118 \Omega$, der sich aus dem Widerstand des eigentlichen Tiefpasses ($R_{TP} = 68 \Omega$) und dem Ausgangswiderstand des Funktionsgenerators ($R_{FG} = 50 \Omega$) zusammensetzt, ist die Grenzfrequenz damit $f_G = 13.5$ kHz.

Auch für die Phasenverschiebung zwischen U_E und U_A lassen sich einfach Formeln herleiten: Für den Tiefpass gilt

$$\varphi = \arctan(-\omega RC) \tag{2}$$

Beim Hochpass erhält man

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \tag{3}$$

2.2 Durchlasskurve und Phasenverschiebung

Unter der Durchlasskurve eines Hoch- oder Tiefpassfilters versteht man ein Diagramm, in dem die Anplitude der Ausgangsspannung U_A über der Frequenz f der Eingangsspannung aufgetragen wird. Im vorliegenden Fall wurde an einem Tiefpass die in



Abbildung 2: Durchlasskurve und Phasenverschiebung am Tiefpass

Abbildung 2 schwarz dargestellte Kurve gemessen. Man erkennt deutlich, dass niederfrequente Eingangssignale die Schaltung problemlos passieren können, während hochfrequente Schwingungen unterdrückt werden.

Aus dieser Kurve lässt sich auch die Grenzfrequenz des Tiefpasses ermitteln: Nach Gleichung (1) ist das die Frequenz, bei der die Kurve die Spannung $\frac{U_E}{\sqrt{2}} = 0.552 \pm 0.014$ erreicht. Die auf diese Weise experimentell gemessene gemessene Grenzfrequenz f_G = 14.8 kHz stimmt sehr gut mit dem im vorigen Abschnitt berechneten theoretischen Wert von 13.5 kHz überein. Der Fehler von ca. 9% liegt hauptsächlich in der geringen Ablesegenauigkeit auf Grund des halblogarithmischen Maßstabs begründet.

Die in Abbildung 2 rot eingezeichnete Kurve stellt den Betrag der Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal dar. Qualitativ erkennt man deutlich, dass bei niedrigen Frequenzen keine Phasenverschiebung vorliegt, während sich die Kurve im oberen Bereich asymptotisch dem Wert 90° nähert.

Aus der Theorie lässt sich herleiten, dass die Phasenverschiebung bei der Frequenz f_G genau 45° betragen müsste. Wie man sieht, ist das hier nicht der Fall. Der Grund dafür liegt darin, dass die Eingangsspannung U_E erst hinter dem Ausgangswiderstand des Funktionsgenerators von 50 Ω abgegriffen werden konnte. Die gemessene Phasenverschiebung ist deshalb die eines Tiefpasses mit einem um 50 Ω verminderten Widerstand. Tatsächlich ergibt sich in diesem Fall eine theoretische Grenzfrequenz von 23.4 kHz, die sehr genau mit unserem Kurvenverlauf übereinstimmt.

Im Experiment war zu beobachten, dass die Ausgangspannung hinter der Eingangsspannung herhinkt. Das bestätigt die theoretischen Vorhersagen der Gleichung (2), wonach die Phasenverschiebung ein negatives Vorzeichen haben muss.

Beim Hochpass ergibt sich in Übereinstimmung mit Gleichung (3) ein entgegengesetzter Kurvenverlauf, wie er in Abbildung 3 qualitativ dargestellt ist: Hier werden



Abbildung 3: Durchlasskurve und Phasenverschiebung am Hochpass (qualitativ)

niedrige Frequenzen abgeblockt, während hochfrequente Signale passieren können. Die Phasenverschiebung ist jetzt bei niedrigen Frequenzen maximal und nähert sich für großes f dem Wert 0. Beim Hochpass ist das Ausgangssignal dem Eingangssignal zeitlich voraus. Auch dieses Verhalten stimmt mit der Theorie überein.

2.3 Hoch- und Tiefpass als Integrations- bzw. Differentiationsglied

In der Praxis werden Hochpassfilter oft auf Signale angewendet, um diese zu differenzieren. Entsprechend hat ein Tiefpassfilter integrierende Wirkung. Man kann diese Eigenschaften der Filter zwar auch mathematisch herleiten, hier sollen sie aber im Experiment an Hand eines Rechtecksignals demonstriert werden.

Die qualitativen Ergebnisse sind in Abbildung 4 zu sehen. Die Ausgangskurve $U_A(t)$ des Hochpasses (Abbildung 4a) nimmt dort große Werte an, wo das Eingangssignal eine große Steigung hat, also an den Flanken der Rechteckschwingung. Wird die Frequenz groß gegen die Zeitkonstante $\tau = RC$ des Filtergliedes (Abbildung 4b), geht das Ausgangssignal nie mehr ganz auf 0 zurück.

Bei extrem hohen Frequenzen schließlich kann die Rechteckschwingung ungehindert passieren (Abbildung 4c). Allerdings erkennt man hier schwache Oszillationen, die dem Signal überlagert sind. Diese entstehen aber bereits im Funktionsgenerator, der eine Rechteckschwingung durch Überlagerung mehrerer Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz erzeugt. Mathematisch bedeutet dies eine Fourierentwicklung der Rechteckkurve, die an irgendeiner Stelle abgebrochen wird. Da im vorliegenden Fall der Funktionsgenerator sein oberes Frequenzlimit erreicht hat, wird das Signal etwas ungenauer. Mathematisch gesprochen wird die Reihenentwicklung früher abgebrochen als bei niedrigen Frequenzen.

Der Tiefpass zeigt entgegengesetzte Wirkung: Die Ausgangsspannung nimmt an



Abbildung 4: Differenzierende bzw. integrierende Wirkung von Hoch- und Tiefpass

den Flanken des Eingangssignales erst langsam zu, bis sie schließlich den Maximalwert erreicht (Abbildung 4d).

Bei höheren Frequenzen zeigt sich schließlich gut die integrierende Wirkung: U_A wächst nahezu linear an, erreicht aber den Sättigungswert nicht mehr (Abbildung 4e). Dieser Kurvenverlauf entspricht dem Integral des Rechteckimpulses.

Bei extrem hohen Frequenzen wird das Signal so weit abgeschwächt, dass am Oszilloskop ein sehr niedriger Messbereich gewählt werden muss, um überhaupt noch Beobachtungen machen zu können. Hier tauchen an den Spitzen der Dreieckskurve wiederum leichte sinusförmige Störungen auf (Abbildung 4f). Auch diese rühren daher, dass bei so hohen Frequenzen der Funktionsgenerator keine saubere Rechteckkurve mehr erzeugt. Verstärkt wird der Effekt noch dadurch, dass die extrem hochfrequenten Anteile — also die höheren Glieder der Fourierreihe — praktisch vollständig durch den Tiefpass unterdrückt werden.

3 Der Tastkopf

Bei Präzisionsmessungen spielen Eingangswiderstand und Eingangskapazität des Oszilloskops eine wesentlich Rolle, da sie das Messergebnis verfälschen. Um dies zu kompensieren, verwendet man einen Tastkopf, der aus einer Messspitze, einem ohmschen Widerstand und einem Kondensator besteht, die mit Widerstand und Kondensator des Oszilloskops einen Hochpass und einen parallelgeschalteten Tiefpass ergeben, die sich im Idealfall gerade kompensieren und so das Messsignal ungehindert passieren lassen. Um mit unterschiedlichen Oszilloskopen kompatibel zu sein, ist die Kapazität des Tastkopfes einstellbar und muss daher vor der Messung auf das jeweilige Oszilloskop abgeglichen werden.

Um diesen Abgleich vorzunehmen, überträgt man durch den Tastkopf eine Rechteckkurve und regelt die Kapazität so ein, dass diese ohne Störungen auf dem Bildschirm des Oszilloskops sichtbar ist. In Abbildung 5 sind drei Kurven zu sehen: Das saubere Rechtecksignal, das man bei abgeglichenem Tastkopf misst (schwarze Kurve) sowie die Ungenauigkeiten, die bei nicht abgeglichenem Tastkopf eintreten. In diesem Fall überwiegt entweder die Tiefpasswirkung von Tastkopfwiderstand und Oszi-Kapazität (rote Kurve) oder die Hochpasswirkung von Tastkopfkondensator und Oszi-Widerstand (blaue Kurve).

4 Mesungen an elektromagnetischen Schwingkreisen

4.1 Grundlagen

Ein elektromagnetischer Schwingkreis besteht aus einem Kondensator der Kapazität C, einer Spule der Induktivität L und einem ohmschen Widerstand R (Summe aus den Leitungswiderständen und einem evtl. zugeschalteten Zusatzwiderstand).

Abbildung 6 zeigt zwei häufige Schaltungen dieser drei Bauteile: den Serien- und den Parallelschwingkreis. Obwohl nach einmaliger Anregung (durch Aufladung des Kondensators) eine selbstständige harmonische Schwingung möglich wäre, muss man



Abbildung 5: Auswirkungen eines nicht abgeglichenen Tastkopfs



Abbildung 6: Serien- und Parallelschwingkreis

eine externe Wechselspannung über einen Funktionsgenerator anlegen, um die ohmschen Verluste zu kompensieren.

Außerdem kann der Schwingkreis so in erzwungene Schwingungen versetzt werden. Charakteristisch ist die dabei auftretende Abhängigkeit der Schwingungsamplitude U_S von der Erregerfrequenz f: Bei einer bestimmten Frequenz, der sogenannten Resonanzfrequenz f_R ist U_S besonders hoch, während Schwingungen anderer Frequenzen stark unterdrückt werden. Deshalb eignet sich ein Schwingkreis als sogenannter Bandpassfilter, der nur ein enges Frequenzband passieren lässt.

4.2 Messung von Resonanzfrequenzen

Aus der Differentialgleichung der gedämpften elektromagnetischen Schwingung kann man herleiten, dass für die Resonanzfrequenz gilt:

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{4}$$

Bei den vorliegenden Schwingkreisen ergaben sich damit theoretische Resonanzfrequenzen von 232.2 kHz für den Parallelschwingkreis (R = 10 k Ω , C = 470 pF, L = 1 mH) und 96.9 kHz für den Serienschwingkreis (R = 50 Ω , C = 2.7 nF, L = 1 mH).

Die experimentell gemessenen Resonanzfrequenzen sind in der folgenden Tabelle aufgeführt:

	ohne Tastkopf	mit Tastkopf
Parallelschwingkreis	$217.4\pm9.5~\mathrm{kHz}$	$241.0\pm11.6~\mathrm{kHz}$
Serienschwingkreis	$98.0\pm7.7~\mathrm{kHz}$	$98.0\pm7.7~\mathrm{kHz}$

Bei den hier angegebenen Ungenauigkeiten wurden folgende Fehlerquellen berücksichtigt

- Die Ungenauigkeit beim Ermitteln des Maximalwertes der Spannung. Im Experiment wurde versucht, durch Änderung der Frequenz am Funktionsgenerator den Punkt zu finden, an dem die Amplitude des am Oszilloskop dargestellten Ausgangssignals den Maximalwert annimmt. Da die Resonanzkurve an diesem Punkt sehr flach ist, konnte die Schwingungsdauer, aus der später die Resonanzfrequenz berechnet wurde, nur auf ±2 Skalenteile genau eingestellt werden.
- Die Ableseungenauigkeit des Oszilloskops. Auf Grund der Breite der Leuchtspur am Oszilloskopschirm konnte die Schwingungsdauer nur bis auf ±1 Skalenteil abgelesen werden.
- Der Abgleich des Tastkopfes. Da dieser rein nach Augenmaß erfolgte, ist er relativ ungenau. Der durch einen möglicherweise ungenau abgeglichen Tastkopf entstandene Fehler der Schwingungsdauer wurde mit ±1 Skalenteil abgeschätzt.

Da es sich durchwegs um systematische Fehler handelt, pflanzt sich der Fehler der Schwingungsdauer T linear auf die errechnete Resonanzfrequenz $f_R = \frac{1}{T}$ fort. Es gilt

$$\Delta f_R = \Delta T \cdot \frac{\partial f_R}{\partial T} \tag{5}$$

$$= -\Delta T \cdot \frac{1}{T^2} \tag{6}$$

Wie man sieht, wurden die Messungen jeweils mit und ohne Tastkopf durchgeführt, um die Größenordnung der durch Eingangswiderstand und Eingangskapazität des Oszilloskops verursachten Fehler zu untersuchen. Während sich beim Serienschwingkreis kein Unterschied zwischen den beiden Messverfahren feststellen ließ, erhöht der Tastkopf beim Parallelschwingkreis die Genauigkeit beträchtlich: Ohne Tastkopf liegt der errechnete Wert über 6% neben dem gemessenen und auch außerhalb von dessen Fehlergrenzen, bei deren Berechnung Eingangswiderstand und Eingangskapazität bewusst nicht berücksichtigt wurden. Mit Tastkopf dagegen beträgt der Unterschied zwischen errechnetem und gemessenem Wert nur noch 3.8% und auch die Fehlergrenzen sind jetzt sinnvoll.

4.3 Die Resonanzkurve eines Schwingkreises

Aus den bisherigen Versuchen geht nicht hervor, wie sich der Schwingkreis in den Bereichen außerhalb der Resonanzfrequenz verhält. Das sieht man erst an der Resonanzkurve der Schaltung, die die Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz angibt. Der in unserem Versuch am Parallelschwingkreis ermittelte Verlauf ist in Abbildung 7 dargestellt.

Im Diagramm sind die theoretische und die aus der Kurve abgelesene Resonanzfrequenz eingezeichnet. Für die große Abweichung von über 6% sind die Ableseungenauigkeit des Oszilloskops, ein evtl. ungenau abgeglichener Tastkopfes und v.a. die Ungenauigkeiten beim Anfitten der Kurve an die geringe Zahl von Messpunkten verantwortlich.

Eine weitere für einen Schwingkreis charakteristische Größe, nämlich die Bandbreite Δf_B kann ebenfalls aus Abbildung 7 entnommen werden. Δf_B ist definiert als die Breite des Frequenzbereiches, in dem die Ausgangsspannung größer als $U_E \frac{1}{\sqrt{2}}$, also der $\sqrt{2}$ -te Teil der Eingangsspannung ist. Im vorliegenden Fall ergibt sich eine Bandbreite von $\Delta f_B = 50$ kHz.

Eng mit der Bandbreite verknüpft ist die Güte $Q = \frac{f_R}{\Delta f_B}$ des Schwingkreises. Ein großer Wert bedeutet, dass der Resonanzpeak besonders scharf ist. Ein solcher Schwingkreis eignet sich besonders gut als Bandpassfilter. Im vorliegenden Fall ist Q= 4.94.

4.4 Die Kapazität eines BNC-Kabels

Aus den Messungen der Resonanzfrequenz ohne Tastkopf lässt sich die Kapazität des verwendeten BNC-Kabels errechnen. Addiert man diese Kabelkapazität C_K zu der Kapazität des Schwingkreises hinzu, so erhält man aus Gleichung (4)

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_K + C)}}$$
$$C_K = \frac{1}{4\pi^2 f_R^2 L} - C$$

Setzt man die Daten des vorliegenden Parallelschwingkreis (C = 470 nF, L = 1 mH) und die gemessene Resonanzfrequenz $f_R = 217.4$ kHz ein, ergibt sich $C_K = 66 \pm 47$ pF. Der Fehler von C_K ergibt sich dabei aus dem Fehler der gemessenen Resonanzfrequenz



Abbildung 7: Die Resonanzkurve eines Schwingkreises

nach dem linearen Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta C_K = \Delta f_R \cdot \frac{\partial C_K}{\partial f_R}$$
$$= \Delta f_R \cdot \frac{1}{2\pi^2 L f_R^3}$$

Wie man sieht bewirkt die relativ ungenaue Messung der Resonanzfrequenz einen extrem großen Fehler auf der so errechneten Kabelkapazität. Für eine genauere Bestimmung der Kabelkapazität ist eine genauere Bestimmung der Resonanzfrequenz daher unabdingbar.

Es ist noch darauf hinzuweisen, dass in den so berechnete Wert von C_K nicht nur die Kabelkapazität eingeht sondern auch die Eingangskapizität des Oszilloskops. Da uns hierfür allerdings keine Daten vorliegen, ist es nicht möglich, den dadurch begangenen zusätzlichen Fehler herauszurechnen.

5 Untersuchung der Netzwechselspannung

Die im Alltag am häufigsten auftretende Wechselspannung ist die des öffentlichen Stromnetzes. Auch sie kann mit Hilfe des Oszilloskops vermessen werden. Allerdings muss dafür ein Spannungsteiler vorgeschaltet werden, da die Hochspannung aus der Steckdose das Oszilloskop zerstören würde. Man erhält einen Kurvenverlauf wie er in Abbildung 8 dargestellt ist. Erwartungsgemäß handelt es sich um eine saubere Sinusspannung der Periodendauer 20 ms. Dies entspricht einer Frequenz von 50 Hz.



Abbildung 8: Die Netzwechselspannung am Oszilloskopschirm

Die Scheitelspannung beträgt 320 V. Das entspricht einem Effektivwert von $\frac{320}{\sqrt{2}}$ V = 226 V, der gut mit dem Nominalwert von 230 V übereinstimmt.

6 Messung von Störsignalen

In der Praxis werden Oszilloskope häufig eingesetzt um Störungen auf Messsignalen zu identifizieren und zu untersuchen. Im vorliegenden Versuch wurden elektromagnetische Störfelder im Praktikumsraum analysiert. Da diese i.d.R. sehr schwach sind, muss das Oszilloskop in einen niedrigen mV-Messbereich geschaltet werden. Bewegt man den Tastkopf im Raum, so zeigen sich zunächst keine Besonderheiten. Die gemessene Spannung ist fast konstant 0. Das liegt daran, dass die verwendeten Kabel gegen elektromagnetische Strahlung abgeschirmt sind. Lediglich wenn man den Tastkopf sehr nah an ein stromführendes Netzkabel hält, ist dessen elektromagnetisches Wechselfeld messbar.

Berührt man den Tastkopf jedoch mit der Hand, so misst man deutliche Störsignale wie sie in Abbildung 9 dargestellt sind. In diesem Fall wirkt der menschliche Körper wie eine große Antenne, die elektromagnetische Wellen empfängt und an das Oszilloskop weiterleitet. Die dominante Frequenz im Spektrum der Störsignale sind die 50 Hz des Stromnetzes. Man misst hier die Abstrahlung der vielen elektrischen Geräte im Praktikumsraum.



Abbildung 9: Elektromagnetische Störfelder im Praktikumsraum

7 Fragen

7.1 Abgleichung des Tastkopfes

Da der Tastkopfwiderstand neunmal so groß ist wie der Eingangswiderstand des Oszilloskops muss auch die Tastkopfkapazität das neunfache des Oszi-Kapazität betragen, damit die von den beiden Widerständen und den beiden Kondensatoren gebildete Brückenschaltung abgeglichen ist. Bei den Eingangskapazitäten handelsüblicher Oszilloskope von 15 pF bis 40 pF ergibt dies eine Tastkopfkapazität, die im Bereich von 135 pF – 360 pF einstellbar sein muss.

7.2 Technische Bedeutung von Hoch-/Tiefpass und Schwingkreis

Der Tiefpass in Form einer frequenzabhängigen Spannungsteilerschaltung unterdrückt hochfrequente Signale und eignet sich daher gut zur Rauschunterdrückung und zur Glättung von Signalen.

Der Hochpass arbeitet genau entgegengesetzt und unterdrückt niederfrequente Signalanteile. Er eignet sich daher zum Herausfiltern von konstanten Offsets in Messsignalen und zum Erzielen bestimmter Spezialeffekte in der analogen Audiobearbeitung. Des weiteren enthalten UKW-Empfänger wie Radios und Fernseher einen Hochpassfilter, der bereits vor der eigentlichen Empfangsstufe den gesamten Kurzwellenbereich aus dem Spektrum herausfiltert um Störungen zu unterdrücken, wie sie z.B. durch Amateurfunker verursacht werden.

Der elektromagnetische Schwingkreis kann als Bandpassfilter eingesetzt werden, da er nur einen engen Frequenzbereich um seine Resonanzfrequenz passieren lässt. Schwingkreise mit regelbarer Kapazität werden daher verwendet, um Radios und Fernsehgeräte auf die Frequenz des gewünschten Senders abzustimmen.

7.3 Analogien zwischen LC-Kreis und Federpendel

Das mechanische Analogon zum elektromagnetischen Schwingkreis ist das Federpendel. Der Spannung beim LC-Kreis entspricht dort die Federkraft, der Ladung des Kondensators entspricht die Auslenkung des Pendels. Der Dämpfung durch den ohmschen Widerstand entspricht in der Mechanik die Reibung.

Beonsders gut erkennt man die Analogien an den Differentialgleichungen der beiden Oszillatoren. Für den LC-Kreis gilt:

$$L\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + R\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{C}Q = 0$$

Für das mechanische Federpendel ergibt sich entsprechend:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial x}{\partial t} + Dx = 0$$

Dabei ist x die Auslenkung, m die Masse, D die Federhärte und γ die Dämpfungskonstante.

7.4 Serienschwingkreis bei sehr niedrigen Frequenzen

Bei sehr niedrigen Frequenzen stellt die Kapazität des Serienschwingkreises einen praktisch unendlichen Widerstand $Z = \frac{1}{i\omega C}$ dar, d.h. es kann fast kein Strom fließen.