

## A. Klenke, W-Theorie, Errata, 14.01.2023

S. 5, Zeile 8	Ersetze die ersten beiden Sätze durch: „Sei $\mathcal{A}$ eine Algebra. Dann ist $\emptyset = \Omega \setminus \Omega \in \mathcal{A}$ , also ist $\mathcal{A}$ ein Ring.“
S. 6, Zeile 6ff	Ersetze $\mathcal{A}$ durch $\mathcal{A}_I$ (sechs mal).
S. 8, Zeile 12f	Ersetze $\tau \subset \Omega$ durch $\tau \subset 2^\Omega$ .
S. 10, Zeile 12	Ersetze $B_{R(y)/3} \cap \mathbb{Q}^n$ durch $(B_{R(y)/3}(y)) \cap \mathbb{Q}^n$ .
S. 10, Zeile 15	...damit in $\sigma(\mathcal{E}_4)$ (statt $\sigma(\mathcal{E}_3)$ )
S. 10, Zeile 23	$i = 1, 2, 3, 5, \dots, 12$ statt $i = 1, \dots, 12$
S. 10, Zeile 31	Ersetze „1.10“ durch „1.9“.
S. 15, Zeile 4	Man muss $\mu(A_1 \cup \dots \cup A_n) < \infty$ voraussetzen.
S. 17, Zeile 9	Sei $\Omega$ abzählbar <b>unendlich</b> .
S. 18, Zeile 2	Ersetze $a < b$ durch $a \leq b$ .
S. 18, Zeile 9	$(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n))$ statt $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ .
S. 19, Zeile 10vu	Ersetze den Satz durch: Es gebe $\Omega_1, \Omega_2, \dots \in \mathcal{E}$ mit $\bigcup_{n=1}^{\infty} \Omega_n = \Omega$ und $\mu(\Omega_n) < \infty$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ .
S. 20, Zeile 12	Ersetze diesen einen Satz durch: Seien nun $\Omega_1, \Omega_2, \dots \in \mathcal{E}$ mit $\bigcup_{n=1}^{\infty} \Omega_n = \Omega$ und $\mu(\Omega_n) < \infty$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ . Setze $E_n := \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$ , $n \in \mathbb{N}$ , und $E_0 = \emptyset$ . Dann ist $E_n = \biguplus_{i=1}^n (E_{i-1}^c \cap \Omega_i)$ . Für jedes $A \in \mathcal{A}$ und $n \in \mathbb{N}$ bekommen wir also $\mu(A \cap E_n) = \sum_{i=1}^n \mu((A \cap E_{i-1}^c) \cap \Omega_i) = \sum_{i=1}^n \nu((A \cap E_{i-1}^c) \cap \Omega_i) = \nu(A \cap E_n).$
S. 21, Lemma 1.47	$\mu$ muss als $\sigma$ -subadditiv vorausgesetzt werden, damit $\mu(A) = \mu^*(A)$ für $A \in \mathcal{A}$ gilt. Ohne diese Voraussetzung ist $\mu^*$ ein äußeres Maß, aber lediglich $\mu^* \leq \mu$ .
S. 20, Zeile 11v.u.	$n \in \mathbb{Z}$ statt $n \in \mathbb{N}$ .
S. 24, Zeile 9v.u.	Lösche die rechte Seite der ersten Formelzeile.
S. 24, Zeile 4v.u.	$\sigma(\mathcal{A})$ statt $\sigma(A)$ .
S. 24, Zeile 1v.u.	Ersetze $a < b$ durch $a \leq b$ .
S. 26, Zeile 6v.u.	Ersetze $[x, 0)$ durch $(x, 0)$ . Ergänze „im Fall $x < 0$ “.
S. 27, Zeile 7f	Ersetze $F$ durch $F_\mu$ (zwei Mal).
S. 29, Zeile 29	Ersetze „ $A \in \mathcal{A}$ “ durch „ $A \in \sigma(\mathcal{A})$ “.

S. 31, Zeile 11	Anfügen „ $A \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ und“
S. 32, Zeile 11v.u.	Maßraum statt Messraum.
S. 33, Zeile 10	$\omega \in \Omega \setminus \{\omega_0\}$ statt $\omega \in \{\omega_0\}$ .
S. 36, Zeile 5	$B \subset \Omega$ statt $B \in \Omega$ .
S. 38, Zeile 4	Ersetze „stetig“ durch „messbar“.
S. 38, Zeile 3v.u.	$\mathcal{B}(\overline{\mathbb{R}})$ statt $\mathcal{B}(Rq)$ .
S. 41, Zeile 2	$\mu(\{(x-y, y)\})$ statt $\mu(\{x-y, y\})$ .
S. 44, Zeile 9	$F(x) = 1 - (1-p)^{\lfloor x+1 \rfloor \vee 0}$ .
S. 52, Zeile 13	Ersetze „Beispiel 1.14“ durch „Bemerkung 1.14“.
S. 57, Zeile 3	$X_i^{-1}$ statt $X^{-1}$ .
S. 57, Zeile 18	Ersetze $\mathbb{R}^{n-i-1}$ durch $\mathbb{R}^{n-i}$ .
S. 58, Zeile 5v.u.	Ersetze „Ring“ durch „Semiring“.
S. 64, Zeile 8	$\mathbf{P}\left[X_* \leq x_* - \frac{1}{n}\right]$ statt $\mathbf{P}\left[X_* \leq x - \frac{1}{n}\right]$ .
S. 65, Zeile 12	$X_k^p \sim \text{Ber}_p$ statt $X_k^p = \text{Ber}_p$
S. 65, Zeile 17	Wir nennen $(\mathbb{Z}^d, K^p)$ ... (statt $(\mathbb{Z}^d, K)$ )
S. 69, Zeile 24	weil der Ursprung von $\gamma$ umschlossen wird (nicht von $\Gamma_n$ ).
S. 73, Zeile 28	Der Graph $(T, \sim)$ ist <b>nicht</b> schleifenfrei! Man überlegt sich leicht, dass man etwa drei Trifurkationspunkte paarweise direkt miteinander verbinden kann. Um das Argument zu retten, kann man wie folgt verfahren: Man fasse alle offenen Kanten, die über einen offenen Pfad verbunden werden können, der keinen Trifurkationspunkt trifft, zu einem Punkt zusammen. Dieser Punkt ist mit jedem anliegenden Trifurkationspunkt verbunden, die Trifurkationspunkte sind jedoch nicht direkt miteinander verbunden. Dieser Graph ist nun schleifenfrei und der Rest des Argumentes geht (mit kleinen Veränderungen) durch.
S. 73, Zeile 29	selbstüberschneidungsfreien <i>offenen</i> Pfad
S. 76, Zeile 2	Die $x_i$ müssen einen Häufungspunkt in $(0, 1)$ haben, falls nicht $\psi(z) < \infty$ für ein $z > 1$ gilt.

S. 87, Zeilen 12, 13	<p>Ersetze diese zwei Zeilen durch:  Es gilt <math>f^+ \leq g^+</math> f.ü., also <math>(f^+ - g^+)^+ = 0</math> f.ü. Nach Satz 4.8 folgt <math>\int (f^+ - g^+)^+ d\mu = 0</math>. Wegen <math>f^+ \leq g^+ + (f^+ - g^+)^+</math> (nicht nur fast überall), folgt mit Lemma 4.6(i) und (iii)</p> $\int f^+ d\mu \leq \int (g^+ + (f^+ - g^+)^+) d\mu = \int g^+ d\mu.$ <p>Analog folgern wir aus <math>f^- \geq g^-</math> f.ü., dass</p> $\int f^- d\mu \geq \int g^- d\mu.$
S. 92, Zeile 11	„wobei $\Omega = \dots$ “ (Klammer zu viel)
S. 92, Zeile 16	$S_n = \sum_{i=1}^n H_i D_i$ .
S. 93, Zeile 11	$\lim_{n \rightarrow \infty}$ vor dem linken Integral fehlt.
S. 94, Zeile 8	$\sum_{i=1}^n$ statt $\sum_{i_1}^n$ .
S. 94, Zeile 11 v.u.	$B(\mathbb{R})$ statt $B(R)$ .
S. 96, Zeile 6,9	Ersetze $\int_{\varepsilon}^{\infty} g(t) dt$ durch $\int_0^{\infty} (g(\varepsilon) \wedge g(t)) dt$ .
S. 101, Zeile 8	Es muss natürlich $ a  +  b  > 0$ gelten...
S. 101, Zeile 15	$\dots = -c := \dots$ (statt $c$ )
S. 104, Zeile 9	Lösche $\limsup_{n \rightarrow \infty}$ .
S. 105, Zeile 5v.u.	Ersetze $S_n$ durch $\tilde{S}_n$ .
S. 113, Zeile 7,8,9 v.u.	Dreimal $\ell(e_k)$ statt $\ell(k)$ .
S. 113, Zeile 6v.u.	Ersetze $l \geq k$ durch $l > k$ .
S. 114, Zeile 2	Einfügen: Minuszeichen auf beiden Seiten der Gleichung.
S. 118, Zeile 8 v.u.	$\mathbf{E}[X_1] = 0$ statt $\mathbf{E}[X_1 = 0]$ .

S. 119, Zeile 23ff	<p>Damit in dieser Formel Gleichheit gilt (und nicht nur <math>\leq</math>), muss man sich noch überlegen, dass <math>2^n \mathbf{P}[N_{2^{-n}} \geq 2] \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \lambda</math> gilt. Man erhält dies etwa durch die Tatsache, dass für alle <math>n \in \mathbb{N}</math> und <math>\varepsilon &gt; 0</math></p> $\mathbf{P}[N_{2^{-n}} \geq 2] \geq \lfloor 2^{-n}/\varepsilon \rfloor \mathbf{P}[N_\varepsilon \geq 2] - \lfloor 2^{-n}/\varepsilon \rfloor^2 \mathbf{P}[N_\varepsilon \geq 2]^2$ <p>gilt, woraus man (indem man <math>\varepsilon</math> in geeigneter Weise nach 0 gehen lässt) folgert, dass <math>2^n \mathbf{P}[N_{2^{-n}} \geq 2] \geq \lambda - 2^{-n} \lambda^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \lambda</math>.</p>
S. 122, Zeile 1	$N_t = \max\{n \in \mathbb{N}_0 : T_n \leq t\}$
S. 122, Zeile 8	„ $\sim$ “ statt „ $=$ “.
S. 128, Zeile 9	Ersetze $\ f_n - f\ _p$ durch $\ f_n - f\ _p^p$ .
S. 129, Zeile 2	$f_{n_k}$ statt $f_{n,k}$ .
S. 129, Zeile 7	$d(f, f_{n_{k_l}})$ statt $ f - f_{n_{k_l}} $ .
S. 135, Zeile 17	$(f - f_{n'_k})_{k \in \mathbb{N}}$ statt $(f - f_{n'_k})_{n \in \mathbb{N}}$ .
S. 135, Zeile 24f	Ersetze $\{ f - f_{n'_k}  > g_k\} = \{ f - f_{n'_k}  > g\}$ durch
	$ f - f_{n'_k}  = ( f - f_{n'_k}  - g)^+ + g_k$
	und $\int_{\{ f - f_{n'_k}  > g\}}  f - f_{n'_k}  d\mu$ durch $\int ( f - f_{n'_k}  - g)^+ d\mu$ .
S. 137, Zeile 2	$f : \Omega \times I \rightarrow \mathbb{R}$ statt $f : \Omega \times I$ .
S. 149, Zeile 33	fast überall (nicht: fast sicher)
S. 153, Übung 7.4.1	Nicht $F$ , sondern die Inverse $F^{-1}$ ist die stetige Verteilungsfunktion eines singulären Maßes.
S. 154, Zeile 4v.u.	Erstes „ $\leq$ “ und erstes „ $=$ “ vertauschen.
S. 154, Zeile 3v.u.	Ersetze „ $\nu$ ist $\nu$ “ durch „und“
S. 156, Zeile 8	$\int f_Z d\mu$ statt $\int f d\mu$ .
S. 162, Zeile 8v.u.	$p \in (1, \infty)$ statt $p \in (0, \infty)$ .

S. 168, Zeile 18	Ersetze „ $X$ eine nichtnegative“ durch „ $X > 0$ eine strikt positive“.
S. 172, Zeile 9	Damit dies gilt, müssen wir wissen, dass $\mathbf{E}[\mathbf{E}[X \mathcal{F}]^2] < \infty$ ist. Dies folgt etwa aus der Jensen'schen Ungleichung (Satz 8.19), kann aber auch elementar gezeigt werden, zum Beispiel mit Abschneideargumenten.
S. 173, Zeile 10	Hier wurde Satz 8.14(iii) verwendet, ohne die Voraussetzungen zu prüfen. Ein Ausweg ist, ganz auf die Verwendung von Satz 8.14(iii) zu verzichten und den Beweis ab Zeile 8 wie folgt weiterzuführen: Die Abbildung $x \mapsto D^+\varphi(x)$ ist monoton wachsend, also ist die Menge der $U$ der Unstetigkeitsstellen von $D^+\varphi$ höchstens abzählbar (man sortiere einfach die Sprünge der Größe nach). Damit ist $V := (\mathbb{Q} \cap I^\circ) \cup U$ höchstens abzählbar und dicht in $I$ . Für jedes $x \in I^\circ$ gibt es eine $\mathbf{P}$ -Nullmenge $N_x$ , sodass für jedes $\omega \in B \setminus N_x$ gilt, dass $\begin{aligned} \mathbf{E}[\varphi(X) \mathcal{F}](\omega) &\geq \varphi(x) + \mathbf{E}[D^+\varphi(x)(X-x) \mathcal{F}](\omega) \\ &= \varphi(x) + D^+\varphi(x)(\mathbf{E}[X \mathcal{F}](\omega) - x). \end{aligned} \quad (*)$ Offenbar ist $N := \bigcup_{x \in V} N_x$ eine $\mathbf{P}$ -Nullmenge. Sei nun $\omega \in B \setminus N$ . Dann gilt (*) nach Konstruktion für jedes $x \in V$ . Da $\varphi$ im Innern von $I$ stetig ist, ist die rechte Seite von (*) stetig in $I^\circ \setminus V$ , also gilt (*) auch für jedes $x \in I^\circ$ . Wir können also $x = \mathbf{E}[X \mathcal{F}](\omega)$ wählen und erhalten die Behauptung. $\square$
S. 176, Zeile 3	füge vor „zu fordern“ ein: „und so, dass $\kappa(\omega_1, E) < \infty$ für alle $\omega_1 \in \Omega_1$ und $E \in \mathcal{E}$ gilt,“
S. 176, Zeile 10	Ersetze $i \in \mathbb{N}$ durch $i \in \Omega_1$ .
S. 179, Zeile 4	Ersetze $\mu_1$ durch $\mu_2$ und $\mu_2$ durch $\mu_1$
S. 180, (8.10) v.u.	Ersetze $\kappa_{Y,\mathcal{F}}$ durch $\kappa_{X,\mathcal{F}}$ .
S. 186, Bsp. 9.17	Man muss $I = \mathbb{N}_0$ voraussetzen, oder allgemeiner $t < \inf I \cap (t, \infty)$ für jedes $t \geq 0$ .
S. 186, Zeile 10vu, 4vu	$t \in I$ statt $t \geq 0$ .
S. 186, Zeile 9v.u.	Ersetze $\{\tau \leq t\}$ durch $\{\tau_K \leq t\}$ .

S. 187, Zeile 1	Man muss voraussetzen, dass $I \subset [0, \infty)$ und abgeschlossen unter Addition (jedenfalls für (ii) und (iii)).
S. 187, Bsp. 9.20	Wie S. 186, Bsp. 9.17.
S. 189, Bem. 9.29	In der Formelzeile ersetze $\leq$ durch $\geq$ .
S. 190, Zeile 27	Ersetze $\mathbf{E}[X_s]$ durch $X_s$ .
S. 191, Zeile 12	Ersetze „Satz 8.19“ durch „Satz 7.9“.
S. 200, Zeile 4	Satz 9.35 statt Satz 9.32.
S. 205, Zeile 2	$X^\tau$ statt $X$ .
S. 206, Zeile 3v.u.	Ersetze $\langle X \rangle$ durch $\langle X \rangle_\tau$ .
S. 208, Zeile 8	... und sind $\sigma \leq \tau$ <b>endliche</b> Stoppzeiten...
S. 208, Zeile 21	Satz 6.18(ii) statt Satz 6.19.
S. 215, Zeile 3	Zweites $X$ löschen.
S. 215, Zeile 10	Bei den Summanden ist jeweils die bedingte Erwartung bezüglich $\mathcal{F}_{k-1}$ zu nehmen.
S. 216, Zeile 5vu	Erstes $+$ und $-$ vertauschen.
S. 219, Zeile 3	Ersetze „Ereignisse“ durch „Ereignisse mit $A_n \in \mathcal{F}_n$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ “.
S. 219, Zeile 6	Ersetze $X_n = \sum_{k=1}^n (\mathbf{1}_{A_k} - \mathbf{P}[A_k   \mathcal{F}_{k-1}])$ durch $X_n = \sum_{k=1}^n (\mathbf{1}_{A_k} - \mathbf{P}[A_k   \mathcal{F}_{k-1}])$ .
S. 220, Zeile 1	Ersetze $Z^n$ durch $Z_n$ .
S. 222, Zeile 15	Ersetze $i < k$ durch $i \leq k$ .
S. 224, Zeile 2	Ersetze „ $\mathcal{E}_n =$ “ durch „ $\mathcal{E}_n \supset$ “.
S. 224, Zeile 6	Um triviale Fälle auszuschließen, kann man etwa $E = \{0, 1\}$ und $X_1, X_2, \dots$ unabhängig mit $\mathbf{P}[X_n] \in (0, 1)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ wählen, sowie $B = \{1\}$ .
S. 224, Zeile 13	Zu $A \in \mathcal{E}_n$ gibt es ein messbares $B \subset E^{\mathbb{N}}$ mit $B^\varrho = B$ für alle $\varrho \in S_n$ . Setze $F = \mathbf{1}_B$ .
S. 224, Zeile 28	Zweites „ $=$ “ löschen.

S. 225, (12.4)	Ersetze $(N\Xi_N(A_l))^{m_l}$ durch $(N\Xi_N(A_l))_{m_l}$ .
S. 225 (12.5)	Ersetze $\prod_{l=1}^n$ durch $\prod_{l=1}^k$ .
S. 226, Zeile 12ff	Ersetze $Y_{-n}$ durch $Y_n$ .
S. 229, Zeile 9	Familie von <b>Teil</b> - $\sigma$ -Algebren
S. 234	Wir nehmen auch stets an, dass $(E, \tau)$ ein Hausdorffraum ist.
S. 236, Zeile 18ff	Da $\tau$ kein Semiring ist, ist Thm 1.65 nicht direkt anwendbar. Das etwas subtilere Argument geht so: Sei zunächst $B \subset E$ abgeschlossen und $\varepsilon > 0$ . Sei $B_\delta := \{x \in E : d(x, B) < \delta\}$ die offene $\delta$ -Umgebung von $B$ . Da $B$ abgeschlossen ist, gilt $\bigcap_{\delta>0} B_\delta = B$ . Da $\mu$ stetig von oben ist, gibt es ein $\delta > 0$ mit $\mu(B_\delta) \leq \mu(B) + \varepsilon$ . Sei nun $B \in \mathcal{E}$ und $\varepsilon > 0$ . Betrachte das Mengensystem $\mathcal{A} := \{V \cap C : V \subset E \text{ offen, } C \subset E \text{ abgeschlossen}\}$ . $\mathcal{A}$ ist ein Semiring ist, und es gilt $\mathcal{E} = \sigma(\mathcal{A})$ . Nach Satz 1.65 gibt es paarweise disjunkte Mengen $A_n = V_n \cap C_n \in \mathcal{A}$ , $n \in \mathbb{N}$ , mit $B \subset A := \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ und $\mu(A) \leq \mu(B) + \varepsilon/2$ . Wie oben gezeigt existiert für jedes $n \in \mathbb{N}$ ein offenes $W_n \supset C_n$ mit $\mu(W_n) \leq \mu(C_n) + \varepsilon 2^{-n-1}$ . Es ist also $U_n := V_n \cap W_n$ offen, $B \subset U := \bigcup_{n=1}^{\infty} U_n$ und $\mu(U) \leq \mu(A) + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon 2^{-n-1} \leq \mu(B) + \varepsilon$ .
S. 241, Zeile 4	$C_b(E)$ statt $\mathbb{C}_b(E)$ .
S. 242, Zeile 20	(viii) $\implies$ (vii) statt (vii) $\implies$ (viii)
S. 246, Zeile 16	$(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$ statt $(\mu)_{n \in \mathbb{N}}$ .
S. 248, Zeile 22	In der Definition von $C$ : $\mathbf{E}[ X_i ]$ statt $ \mathbf{E}[X_i] $
S. 249, Zeile 13	Ersetze $\bar{U}_n$ durch $\bar{U}_k$ .
S. 249, Zeile 16-21	Füge als erste Zeile in den Absatz ein: „Sei $(\mu_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in $\mathcal{M}_{\leq 1}(E)$ .“ Ersetze alle $K_m$ und $K_n$ durch $E_m$ und $E_n$ .

S. 251, Zeile 17	Man muss natürlich auch noch zeigen, dass $F(-\infty) = 0$ ist, damit $F$ eine Verteilungsfunktion ist. Das Argument dafür benutzt die Straffheit, genau wie in den Zeilen 18ff.
S. 253, Zeile 28	Ersetze $\mathcal{E}$ durch $\mathcal{U}$ .
S. 255, Zeile 20	Lösche $\alpha(\bigcup_{i=1}^n A_i) =$ .
S. 261, Zeile 2	$(\Omega, \mathcal{A}) = (E^I, \mathcal{E}^{\otimes I})$ statt $(\Omega, \mathcal{A}) = (E^I, \mathcal{B}(E)^{\otimes I})$ .
S. 262, Zeile 11	$A_1, \dots, A_N$ statt $A_1, \dots, A_n$ .
S. 262, Zeile 15f	Lösche „beziehungsweise ein Semiring“ (zweimal).
S. 262, Zeile 19	Ersetze $E_j \in \mathcal{E}_j$ durch $E_j \in \mathcal{E}_j \cup \{\Omega_j\}$ .
S. 262, Zeile 2v.u.	Ersetze $E_j \in \mathcal{E}_j$ durch $E_j \in \mathcal{E}_j \cup \{\Omega_j\}$ .
S. 268, Zeile 2v.u.	$\kappa_1 \otimes \kappa_2$ statt $\kappa_1 \otimes \kappa$
S. 269, Zeile 12	$\bigotimes_{k=1}^i \mathcal{A}_k$ statt $\bigotimes_{k=0}^i \mathcal{A}_k$
S. 270, Zeile 6	$\mu_i := \mathbf{P}_{X_i}$ statt $\mu_i := \mathbf{P}_i$
S. 270, Zeile 16	Ersetze $\varphi_k$ durch $\varphi_n$ .
S. 270, Zeile 7 v.u.	$d(y_1, \dots, y_{n-1})$ statt $d(y_1, \dots, y_{k-1})$
S. 270, Zeile 1 v.u.	$\mu$ statt $\mu_1$
S. 273, Zeile 12	Es muss $h_{m,n}(\omega_0, \dots, \omega_m) := (\delta_{(\omega_0, \dots, \omega_m)} \otimes \bigotimes_{k=m+1}^n \kappa_k) (A'_n)$ heißen. Entsprechend in der Display-Formel nach (14.12).
S. 277, (14.14)	Es muss $\kappa(x, \cdot) \circ X_J^{-1} = \delta_x \otimes \bigotimes_{k=0}^{n-1} \kappa_{j_k, j_{k+1}}$ heißen.
S. 277, Zeile 20	Es muss $P_J := \delta_x \otimes \bigotimes_{k=0}^{n-1} \kappa_{j_k, j_{k+1}}$ heißen.
S. 277, Zeile 1v.u.	Es muss $P' = \delta_x \otimes \bigotimes_{k=0}^{l-2} \kappa_{j_k, j_{k+1}}$ heißen.



S. 278, Zeile 1	$\bigotimes_{k=i}^{n-1}$ statt $\bigotimes_{k=l}^n$ .
S. 278, Zeile 3f	Ersetze $A_{l+1}$ durch $A_{j_{l+1}}$ (zweimal).
S. 278, Zeile 6	$f_{l-1}(\omega_{l-1})$ statt $f_{l+1}(\omega_{l+1})$
S. 278, Zeile 7	$f_{l+1}(\omega_{l+1})$ statt $f(\omega_{l+1})$
S. 278, Zeile 15	Es muss heißen: $x \mapsto \mathbf{P}_x[A] = (\delta_x \otimes \bigotimes_{i=0}^{n-1} \kappa_{t_i, t_{i+1}}) (\times_{i=0}^n B_i)$ .
S. 278, Zeile 4v.u.	Ersetze $\mu \otimes \kappa$ durch $\int \mu(dx) \kappa(x, \cdot)$ .
S. 279, (14.15)	Es muss heißen: $\kappa(x, \cdot) \circ X_J^{-1} = \delta_x \otimes \bigotimes_{k=0}^{n-1} \kappa_{t_{k+1}-t_k}$ .
S. 282, Zeile 7v.u.	Ersetze $H(x)$ durch $H_z(x)$ .
S. 282, Zeile 3v.u.	Ersetze $h(y)$ durch $h_z(y)$ .
S. 286, Zeile 4 v.u.	$\ f\ _2 = \ \varphi\ _2 / (2\pi)^{d/2}$ .
S. 287, Zeile 11vu	$\phi_f(z) = \int_0^\infty t^{z-1} f(t) dt$ statt $\phi_f(s) = \int_0^\infty t^{z-1} f(z)$ .
S. 289, Zeile 24	Ersetze $(t/a)$ durch $(t/\theta)$ .
S. 290, Zeile 4	Faktor $1/\sqrt{2\pi}$ vor dem Integral fehlt.
S. 290, Zeile 15f	Ersetze $+$ durch $-$ (vier Stellen).
S. 291, Zeile 24	$\varphi_{\mu*\nu}$ statt $\varphi_{\mu***\nu}$ .
S. 292, Zeile 15	Ersetze $\varphi(t)$ durch $\varphi_X(t)$ .
S. 301, Zeilen 1, 2	Ersetze $h^n$ durch $ h ^n$ (zwei Mal).
S. 302, Zeile 15	$\mathbf{E}[X^{2n}] = (-1)^n \varphi^{(2n)}(0)$ statt $\mathbf{E}[X^{2n}] = \varphi^{(2n)}(0)$ .
S. 302, Zeile 6vu	$\mathbf{E}[X^{2k}] = (-1)^k u^{(2k)}(0)$ .
S. 303, Zeile 1	$\mathbf{E}[X^{2n}] = (-1)^n u^{(2n)}(0) = (-1)^n \varphi^{(2n)}(0)$ .
S. 303, Zeile 15	$B$ und $Z$ sollen unabhängig sein.
S. 306, Zeile 4vu	Ersetze $L_n(\varepsilon)$ durch $\varepsilon^{-2} L_n(\varepsilon)$ .
S. 307, Zeile 7vu	Ersetze $\varepsilon t$ durch $\varepsilon  t $ .
S. 316, Zeile 26	Ersetze $\theta^{-1} = r = k$ durch $\theta = r = k/2$ .
S. 317, Zeile 2v.u.	Ersetze die Formelzeile durch $\varphi_{r\nu}(t) = \exp\left(r \sum_{k=1}^{\infty} \frac{((1-p)e^{it})^k - (1-p)^k}{k}\right) = p^r (1 - (1-p)e^{it})^{-r}$

S. 319, Zeilen -2, -1	Ersetze $\mu_n$ durch $\nu_n$ .
S. 319, Zeile -1	Ersetze $\nu$ durch $\mu$ .
S. 321, Zeile 2	$[0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ (statt $[0, \infty) \rightarrow [0, 1]$ ).
S. 321, Zeile 6v.u.	Ersetze $u(1)$ durch $2u(1)$ .
S. 321, Zeile 3v.u.	Ersetze $t \wedge 1$ durch $t \vee 1$ .
S. 324, Zeile 13	Ersetze $h(t)$ durch $h(x)$ .
S. 324, Zeile 6v.u.	Hier und im Rest des Beweises ist das Vorzeichen von $\bar{\psi}(0)$ verkehrt. Schreibe also hier: $\bar{\psi}(0) \geq 0$ .
S. 324, Zeile 3v.u.	$\bar{\psi}(0) > 0$ .
S. 325, Zeile 8	$\bar{\psi}_n(0) > 0$ und $\tilde{\nu}_n(dx) = (h(x)/\bar{\psi}_n(0))\nu_n(dx)$ .
S. 325, Zeile 9	Ersetze $-\bar{\psi}(t)/\bar{\psi}(0)$ durch $\bar{\psi}(t)/\bar{\psi}(0)$ .
S. 325, Zeile 12, 14	Lösche das Minuszeichen.
S. 325, Zeile 17	Die Funktion $f_t$ ist nicht stetig. Man muss an dieser Stelle mit $g_{t,\varepsilon}(x) = e^{-itx} - 1 - itx\mathbf{1}_{\{ x  < 1-\varepsilon\}}$ arbeiten, statt mit $g_t(x) = e^{itx} - 1 - itx\mathbf{1}_{ x  < 1}$ . $\varepsilon > 0$ wird so gewählt, dass die Unstetigkeitsstelle nicht auf einem Atom von $\nu$ liegt. Danach liefert das Portemanteau Theorem (Satz 13.16(iii)) die notwendige Behauptung. Schließlich lässt man $\varepsilon$ nach 0 gehen.
S. 325, Zeile 5v.u.	Ersetze $\int f_t(x) \tilde{\nu}_n(dx)$ durch $\bar{\psi}_n(0) \int f_t(x) \tilde{\nu}_n(dx)$ .
S. 326, (16.16)	Ersetze $(0, \infty)$ durch $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
S. 326, Zeile 12vu	$(-\varepsilon, \varepsilon) \cap A = \emptyset$ (statt $(-\varepsilon, \varepsilon) \cap A = 0$ ).
S. 328, Zeile 10	Die Relation $nb = n^{1/\alpha}b$ ist falsch, denn sie berücksichtigt nicht die Änderung, die durch den Wechsel von $\nu$ zu $\nu \circ m_{n^{1/\alpha}}^{-1}$ auftritt. Man muss erst die explizite Form von $\nu$ ausrechnen und kann dann die korrekte Skalierungsrelation angeben (hier ohne die Rechnung):  $nb = bn^{1/\alpha} - (c^+ - c^-) \begin{cases} (1 - \alpha)^{-1}(n^{1/\alpha} - n), & \text{falls } \alpha \neq 1, \\ n \log(n), & \text{falls } \alpha = 1. \end{cases}$ Entsprechend folgt $b = (c^+ - c^-)/(1 - \alpha)$ im Fall $\alpha \neq 1$ . Für den Fall $\alpha = 1$ ändert sich nichts.
S. 328, (16.18)	Ersetze $i(c^+ - c^-)$ durch $-i \operatorname{sign}(t)(c^+ - c^-)$ .

S. 335, Zeile 5	Ersetze $\kappa_{t_{n+1}-t_n}$ durch $\kappa_{t_{i+1}-t_i}$ .
S. 338, Zeile 12	Ersetze $t \in \mathbb{N}_0$ durch $t \in I$ (zwei Mal).
S. 340, Zeile 18	Ersetze $I$ durch $E$ .
S. 344, Zeile 3	$\sum_{i=1}^n$ statt $\sum_{i=0}^{n-1}$
S. 345, Zeile 14	Definiere $p = I$ , falls $\lambda = 0$ .
S. 346, Zeile 2	$p_{t+s}$ statt $\tilde{p}_{t+s}$ .
S. 346, Zeile 7	Ersetze $\int_0^t$ durch $\int_0^s$ (zweimal).
S. 349, Zeile 2, 5	Ersetze $B$ durch $B^c$ (zweimal).
S. 351, Zeile 11	Wir vereinbaren zusätzlich $0/0 = 0$ und $0 \cdot \infty = 0$ .
S. 351, Zeile 14	Statt „Ein Punkt“: „Ein nichtabsorbierender Punkt“.
S. 352, Zeile 3	Wir nehmen an, dass $x \neq y$ gilt.
S. 354, Zeile 8	beim rechten Term fehlt der Faktor $4^n$ .
S. 354, Zeile 18,	$\mathbf{E}_0[X_1] = 0$ statt $\mathbf{E}_0[X_0] = 0$ .
S. 355, Zeile 9	$k_1 + \dots + k_D = n$ (statt: $= 2n$ ).
S. 359, Zeile 10 v.u.	$(\cos(t_1) + \dots + \cos(t_D))^{+2n}$ statt $(\cos(t_1) + \dots + \cos(t_D))^{-2n}$ .
S. 360, Zeile 4v.u.	Ersetze „Ist $X$ “ durch „Ist jeder Zustand“.
S. 360, Zeile 1,2v.u.	Ersetze $\mu p^n(x)$ durch $\mu p^n(\{x\})$ (zweimal) und $\mu(x)$ durch $\mu(\{x\})$ .
S. 362, Zeile 7	Ist $X$ positiv rekurrent, so wird durch $\pi := \dots$
S. 362, Zeile 10	Bemerkung 17.50 gilt im Allgemeinen nur für irreduzibles und rekurrentes $X$ .
S. 362, Zeile 20f	Ersetze $p$ durch $\tilde{p}$ (vier mal).
S. 363, Zeile 1v.u.	$\mathbf{E}_8[\tau_8] = \frac{17}{8}$
S. 364, Zeile 5	$p(g, f)$ statt $p(h, f)$ .
S. 366, Zeile 2	$e^{2\pi ik/N}$ statt $e^{ik/N}$ .

S. 369, Zeile 8vu	Ersetze $\mu$ durch $\mu_1$ und $\nu$ durch $\mu_2$ .
S. 369, Zeile 3vu	Nur für $d = 1$ ist die stochastische Ordnung gleichwertig zur Anordnung der Verteilungsfunktionen. Ebenfalls nur für $d = 1$ ist $F$ eine Verteilungsfunktion. Die Aussage von Zeile 8 v.u. bleibt dennoch für alle $d$ richtig (siehe Thm. 3.3.5 in [124]).
S. 373, Zeile 6	Ersetze $p(x, \hat{y}^k)$ durch $p_k(x, \hat{y}^k)$ .
S. 389, Zeile 15	„Wir nehmen an, dass $L$ groß genug. . .“: Das geht in der Allgemeinheit leider nicht. Ein einfacher Ausweg ist der folgende: Da $X$ irreduzibel und aperiodisch ist, gibt es ein $N \in \mathbb{N}$ , so dass $p^N(0, x) > 0$ ist für alle $x \in \{-1, 0, 1\}$ . Für die Irrfahrt $X'_n := X_{nN}$ , $n \in \mathbb{N}$ , kann $L = 1$ gewählt werden und der Beweis geht durch. Wir erhalten so eine Kopplung der Kette $X$ nur zu den Zeiten $0, N, 2N, \dots$ . Die Lücken werden nun durch Zufallsvariablen so gefüllt, dass die ursprüngliche Irrfahrt entsteht.  Der Nachteil der so gewonnenen Kopplung $(X, Y)$ ist, dass sie keine Markovkette ist. Dies ist allerdings auch nicht nötig, wenn man Definition 18.10 etwas weiter fasst. In Korollar 18.15 wird die Markoveigenschaft der Kopplung nicht benötigt.
S. 374, Zeile 6	Erste zwei Terme: Betragstriche fehlen.
S. 377, Zeile 10	In Satz 18.20 müssen weitere Annahmen an $q$ gemacht werden, etwa, dass $q(x, y) > 0$ genau dann gilt, wenn $q(y, x) > 0$ . Die Bedingung, dass $\pi$ nicht die Gleichverteilung ist, muss ersetzt werden dadurch, dass $q$ nicht reversibel bezüglich $\pi$ ist. (Für symmetrische $q$ ändert sich in diesem Satz nichts.)
S. 386, Zeile 14f	Ersetze $p$ durch $r$ (drei Mal).
S. 386, Zeile 17	Ersetze $\varrho^k$ durch $\rho^k$ .

S. 391, Sätze 19.6/7

Das Maximumprinzip (Satz 19.6) gilt nur, wenn eine zusätzliche Irreduzibilitätsbedingung an  $E \setminus A$  gestellt wird. Der nachfolgende Satz 19.7 (Eindeutigkeit für harmonische Funktionen) bleibt korrekt, so wie er dasteht, allerdings muss natürlich  $A \neq \emptyset$  gelten. Der Beweis für Satz 19.7 wird wegen der stärkeren Bedingung in Satz 19.6 jedoch ein wenig verwickelter. Wir geben hier eine Möglichkeit an, Satz 19.6 zu formulieren und Satz 19.7 zu beweisen.

Definiere die Übergangsmatrix  $p_A$  der in  $A$  gestoppten Kette durch  $p_A(x, y) := \mathbf{1}_{\{x \notin A\}}p(x, y) + \mathbf{1}_{\{x=y \in A\}}$ . Ferner sei  $F_A$  für  $p_A$  analog wie  $F$  für  $p$  definiert (vergleiche Definition 17.28).

**Satz 19.7 (Maximumprinzip).** *Es gelte  $F_A(x, y) > 0$  für alle  $x \in E \setminus A$  und  $y \in E$ . Sei  $f$  eine harmonische Funktion auf  $E \setminus A$ . Gibt es ein  $x_0 \in E \setminus A$  mit  $f(x_0) = \sup_{x \in E} f(x)$ , so ist  $f$  konstant.*

**Beweis.** Für  $B \subset E$  sei

$$\bar{B} := \{y \in E : p_A(x, y) > 0 \text{ für ein } x \in B\}.$$

Für  $x$  in  $E \setminus A$  ist  $B_x := \{y \in E : F_A(x, y) > 0\}$  die kleinste Menge, die  $x$  enthält und  $\bar{B}_x = B_x$  erfüllt. Nach Voraussetzung an  $F_A$  gilt  $B_x = E$ .

Sei  $M := \{y \in E : f(y) = \max f(E)\}$ . Sei  $x \in M$ . Da  $f$  harmonisch ist, gilt  $y \in M$  für alle  $y \in E$  mit  $p_A(x, y) > 0$ . Das heißt  $\bar{M} = M$ . Nach Voraussetzung ist  $x_0 \in M$ , also ist  $M \supset B_{x_0} = E$ .  $\square$

S. 391, Sätze 19.6/7

**Beweis (Satz 19.7).** Nach dem Superpositionsprinzip ist  $f := f_1 - f_2$  harmonisch auf  $E \setminus A$ , und es gilt  $f|_A \equiv 0$ .

Wir zeigen, dass  $f \leq 0$  gilt. Aus Symmetriegründen ist dann auch  $f \geq 0$ , also  $f \equiv 0$ . Zu diesem Zweck nehmen wir an, dass es ein  $x \in E$  gibt mit  $f(x) > 0$  und führen diese Annahme zum Widerspruch.

Da  $f|_A \equiv 0$  gilt und  $E \setminus A$  endlich ist, gibt es ein  $x_0 \in E \setminus A$  mit  $f(x_0) = \max f(E) \geq f(x) > 0$ .

Sei  $B_{x_0} := \{y \in E : F_A(x_0, y) > 0\}$  wie im Beweis von Satz 19.6. Sei also  $E' := B_{x_0}$  und  $A' := A \cap E'$ . Wegen  $F(x, y) > 0$  für alle  $x, y \in E$  ist  $A' \neq \emptyset$ .

Wir definieren die stochastische  $E' \times E'$ -Matrix  $p'$  durch  $p'(x, y) = p(x, y)$  für  $x, y \in E'$ . Ferner sei  $p'_{A'}(x, y) = \mathbf{1}_{\{x \notin A'\}}p'(x, y) + \mathbf{1}_{\{x=y \in A'\}}$  ähnlich wie  $p_A$  die Matrix der in  $A'$  gestoppten Kette sowie  $F'_{A'}(x, y)$  die Wahrscheinlichkeit, dass diese Kette von  $x$  aus jemals  $y$  trifft. Nach Voraussetzung an  $F$  und Konstruktion von  $E'$  gilt  $F'_{A'}(x, y) > 0$  für alle  $x \in E' \setminus A'$  und  $y \in E'$ . Ferner ist  $f$  harmonisch für  $p'$  auf  $E' \setminus A'$ . Nach dem Maximumprinzip ist also

$$f(x) = f(x_0) = \max_{z \in E'} f(z) > 0 \quad \text{für alle } x \in E'.$$

Da  $A' \neq \emptyset$  und  $f|_{A'} \equiv 0$  ist, haben wir einen Widerspruch.  $\square$

S. 392, Zeile 17	Die Eindeutigkeit von $\pi$ gilt nur unter zusätzlichen Annahmen, etwa, dass $X$ irreduzibel und rekurrent ist.
S. 393, Zeile 7	Dito.
S. 393, Zeile 22	Der gesamte Abschnitt 19.3 bezieht sich nur auf <b>endliche</b> elektrische Netzwerke.
S. 398, Zeile 13,15	$u(x) - u(y)$ statt $u(y) - u(x)$ .
S. 398, Zeile 15	Ersetze $2D(A_1)$ durch $4D(A_1)$ .
S. 405	Lösche Beispiel 19.32 (ist identisch mit Bsp 19.31).
S. 405 (19.11),	Statt der effektiven Widerstände müssen hier die Widerstände des auf drei Punkte 0, 1 und $x$ reduzierten Netzwerks stehen.
S. 406, Zeile 13	Ersetze Übung 17.5.1 durch 19.5.1.
S. 413, Zeile 12	Ersetze $= \lim$ durch $\leq \limsup$ . Aus Symmetriegründen und weil $X$ transient ist, folgt die andere Ungleichung: $\mathbf{P}_0[X_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty] = 1 - \mathbf{P}_0[X_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty] \geq 1 - \frac{R_w^-}{R_w^- + R_w^+} = \frac{R_w^+}{R_w^- + R_w^+}$ .
S. 414, Zeile 4	In Satz 19.36 wurde stillschweigend angenommen, dass $\log(\varrho_0)$ endlichen Erwartungswert besitzt.
S. 414, Zeile 10	Ersetze $\varrho_i$ durch $\varrho_k$ .
S. 417, Zeile 16ff	<p>Das angegebene Argument für die Ergodizität funktioniert nicht, weil die in Zeile 20 angegebene Menge <math>U</math> im Allgemeinen nicht existiert. (Der Approximationssatz ist hier leider falsch zitiert.)</p> <p>Statt des angegebenen Argumentes kann man wie folgt verfahren:  Sei <math>A \in \mathcal{I}</math> und <math>f := \mathbf{1}_A</math>. Es reicht zu zeigen, dass <math>f</math> fast sicher konstant ist, damit <math>\mathbf{P}[A] \in \{0, 1\}</math> gilt, also <math>(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P}, \tau_r)</math> ergodisch ist. <math>f</math> ist quadratisch integrierbar, besitzt also eine Darstellung als Fourier-Reihe</p> $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{2\pi i n x} \quad \text{für } \mathbf{P}\text{-f.a. } x.$ <p>Nach Lemma 20.6 ist <math>f = f \circ \tau_r</math>, also</p> $f(x) = (f \circ \tau_r)(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (c_n e^{2\pi i n r}) e^{2\pi i n x} \quad \text{f.ü.}$ <p>Durch Koeffizientenvergleich folgt <math>c_n = c_n e^{2\pi i n r}</math> für alle <math>n \in \mathbb{Z}</math>. Da <math>r</math> irrational ist, folgt <math>c_n = 0</math> für <math>n \neq 0</math>. Also ist <math>f</math> fast sicher konstant.</p>

S. 423, Zeile -2	Ersetze $\xrightarrow{n \rightarrow \infty}$ durch $\xrightarrow{m \rightarrow \infty}$ .
S. 425, Zeile 22	Die Konvergenz $A_n^\varepsilon \uparrow A_n^0$ gilt natürlich nur auf der Menge $\{S_n \rightarrow \infty\}$ , die aber Wahrscheinlichkeit 1 hat.
S. 425, Zeilen -9,-8	Ersetze $A_n^\varepsilon$ durch $A_i^\varepsilon$ (zwei Mal).
S. 425, Zeile -8	Ersetze $S_n \geq \frac{pn\varepsilon}{2}$ durch $S_n \geq S^- + \frac{pn\varepsilon}{2}$ .
S. 425, Zeile -7	Ersetze $\frac{pn\varepsilon}{2}$ durch $\frac{p\varepsilon}{2}$ .
S. 425, Zeile -6ff.	<p>Das Argument könnte etwas detaillierter ausgeführt werden. Zum Beispiel so:</p> <p>Wir wählen ein <math>\varepsilon &gt; 0</math> so, dass <math>\mathbf{P}[X_1 &lt; -2\varepsilon] &gt; \varepsilon</math> ist. Sei <math>L := \liminf_{n \rightarrow \infty} S_n</math>. Nach dem bereits Gezeigten gilt <math>\mathbf{P}[L = \infty] = 0</math>. Das Ereignis <math>\{L &gt; -\infty\}</math> ist offenbar invariant und hat daher die Wahrscheinlichkeit 0 oder 1. Wir nehmen an, dass <math>\mathbf{P}[L &gt; -\infty] = 1</math> gilt und führen dies zum Widerspruch. Definiere induktiv die Stoppzeiten <math>\tau_1 := \inf\{k \in \mathbb{N} : S_k &lt; L + \varepsilon\}</math> und</p> $\tau_{n+1} := \inf\{k > \tau_n : S_k < L + \varepsilon\} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}.$ <p>Nach Voraussetzung ist <math>\tau_n &lt; \infty</math> fast sicher für jedes <math>n</math>. Sei <math>\mathbb{F} = (\mathcal{F}_n)_{n \in \mathbb{N}_0} = \sigma((X_n)_{n \in \mathbb{N}})</math> die von <math>X = (X_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> erzeugte Filtration und <math>\mathcal{F}_{\tau_n}</math> die <math>\sigma</math>-Algebra der <math>\tau_n</math>-Vergangenheit. Sei <math>A_n := \{X_{\tau_{n+1}} &lt; -2\varepsilon\}</math>. Auf <math>A_n</math> gilt <math>S_{\tau_{n+1}} &lt; L - \varepsilon</math>. Offenbar ist <math>A_n</math> unabhängig von <math>\mathcal{F}_{\tau_n}</math> und daher</p> $\mathbf{P}[A_n   \mathcal{F}_{\tau_n}] = \mathbf{P}[A_n] > \varepsilon.$ <p>Nach dem bedingten Borel-Cantelli Lemma (siehe Übung 11.2.7) gilt daher</p> $\mathbf{P}\left[\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n\right] = 1.$ <p>Daher gilt für unendlich viele <math>n</math>, dass <math>S_{\tau_{n+1}} &lt; L - \varepsilon</math> ist. Dies steht im Widerspruch dazu, dass <math>L</math> fast sicher endlich ist. Es folgt <math>\mathbf{P}[\liminf S_n = -\infty] = 1</math>. Die Aussage für <math>\limsup S_n</math> folgt analog.</p>

S. 427, Zeile 1	Ersetze $\tau^{-n}$ durch $\tau^{-i}$ .
S. 430, Zeile 1v.u.	Ersetze $\varrho^\gamma$ durch $\varrho^{-\gamma}$ .
S. 431, Zeile 9	Lösche „reellwertiger“.
S. 432, (21.3)	Die kleinen $\omega$ können gelöscht werden.
S. 432, Zeile 3v.u.	Ersetze <i>Chebyshev</i> durch <i>Markov</i> .
S. 433, 4.vu	<p>Ab „Dann ist“ bis S. 434, Zeile 4 ist das Argument nur fast richtig und muss ersetzt werden durch:          Setze <math>u := \max(D_n \cap [0, s])</math>. Dann ist <math>u \leq s &lt; u + 2^{-n}</math> und <math>u \leq t &lt; u + 2^{1-n}</math>. Es gilt also <math>b_i(t - u) = b_i(s - u) = 0</math> für <math>i &lt; n</math>. Setze <math>t_l = u + \sum_{i=n}^l b_i(t - u) 2^{-i}</math> für <math>l = n - 1, \dots, m</math>. Dann ist <math>t_{n-1} = u</math>, <math>t_m = t</math>, <math>t_l \in D_l</math> für jedes <math>l</math> und <math>t_l - t_{l-1} \leq 2^{-l}</math> für <math>l = n, \dots, m</math>. Also ist nach (21.7)</p> $ X_t(\omega) - X_u(\omega)  \leq \sum_{l=n}^m  X_{t_l}(\omega) - X_{t_{l-1}}(\omega)  \leq \sum_{l=n}^m 2^{-\gamma l} \leq \frac{2^{-\gamma n}}{1 - 2^{-\gamma}}.$ <p>Analog folgt <math> X_s(\omega) - X_u(\omega)  \leq 2^{-\gamma n}(1 - 2^{-\gamma})^{-1}</math>, also nach der Dreiecksungleichung</p> $ X_t(\omega) - X_s(\omega)  \leq 2 \frac{2^{-\gamma n}}{1 - 2^{-\gamma}}. \quad (21.8)$ <p>Setze nun <math>C_0 = 2^{1+\gamma}(1 - 2^{-\gamma})^{-1} &lt; \infty</math>.</p>
S. 434, Zeile 7	Ersetze $(n + 1)(1 - \gamma)$ durch $n_0(1 - \gamma)$ .
S. 436, Zeile 6 v.u.	$C_n := \mathbf{E}[X_1^{2n}]$ statt $C_n := \mathbf{E}[X_n^{2n}]$ .
S. 437, Zeile 12 v.u.	$K^{-1}B_{K^2 t}$ statt $KB_{K^2 t}$ .
S. 439, Zeile 5vu	Ersetze $A_N = \bigcap_{n \geq n_0}$ durch $A_N = \liminf_{n \rightarrow \infty} A_{N,n}$ . In der ersten abgesetzten Formel auf der folgenden Seite ist dann das erste „ $\leq$ “ durch „ $=$ “ zu ersetzen.
S. 440, Zeile 11	Lösche das zweite Integralzeichen.
S. 441, Zeile 3	$\sqrt{a^2 + 2\lambda}$ statt $\sqrt{a^2 + \lambda^2}$ .
S. 441, Zeile 18	„ $\mathbb{R}^N$ “ statt „ $\mathbb{R}^n$ “.
S. 441, Zeile 20	„ $B_{t_N}$ “ statt „ $B_{t_n}$ “.
S. 441, Zeile 4v.u.	Ersetze $B_{\tau^n} + t$ durch $B_{\tau^n + t}$ .



S. 443, (21.18), (21.20)	$\mathbf{P}_x[\tau > T]$ statt $\mathbf{P}_x[\tau < T]$ .
S. 444, Zeile 15	„ $\mathbf{P}$ -vollständig ist“ statt „jede $\mathbf{P}$ -Nullmenge enthält“.
S. 445, Zeile 2	Ersetze $X_t$ durch $\tilde{X}_t$ .
S. 448, Zeile 17ff	Ersetze $2^n$ durch $2^{n-1}$ . In der Formel darunter: Ersetze $2^{n/2}$ durch $2^{(n-1)/2}$ (zweimal) und $2^{n+1}$ durch $2^n$ (viermal). Definiere $X^n$ durch $\xi_{0,1}B_{0,1} + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{2^{m-1}} \xi_{m,k} B_{m,k}$ und ändere im Beweis von Satz 21.28 „ $k = 1, \dots, 2^n$ “ in „ $k = 1, \dots, 2^{n-1}$ “.
S. 449, Zeile 2ff	Ersetze $X_t$ durch $\tilde{X}$ (zweimal). Füge in Satz 21.28 als ersten Satz ein: „Es existiert eine stetige Version $X$ von $\tilde{X}$ .“
S. 449, Zeile 3 v.u.	$\sum_{k=1}^n \xi_k \langle \mathbf{1}_{[0,t]}, b_k \rangle$ statt $\sum_{k=1}^n \langle \mathbf{1}_{[0,t]}, b_k \rangle$
S. 450, Zeile 2	Ersetze $I^2$ durch $I(f)^2$ .
S. 450, Zeile 19	„Schauder-Funktionen $(B_{n,k})$ “ statt „Haar-Funktionen $(b_{n,k})$ “.
S. 451, Zeile 5	$t \mapsto W_t$ statt $t \mapsto W$ .
S. 457, Zeile 17	Ersetze $T_{[nt]}^{K,n}$ und $U_{[nt]}^{K,n}$ durch $T_{[nt]}^K$ und $U_{[nt]}^K$ .
S. 457, Zeile 2v.u.	Ersetze $\frac{N}{\varepsilon^2}$ durch $\frac{N}{\varepsilon^2 \sigma^2}$
S. 458, (21.35)	Ersetze $\frac{n(n-1)}{2}$ durch $3n(n-1)$ (zweimal).
S. 458, Zeile 3v.u.	Ersetze „ $a = [(t+s)n] - (t+s)n$ und $a = sn - [sn]$ “ durch „ $a = (t+s)n - [(t+s)n]$ und $a = [sn] - sn$ “.
S. 459, (21.36)	Ersetze $3t^2$ durch $18t^2$ (dreimal) und $3\sqrt{N}$ durch $18\sqrt{N}$ .
S. 459, Zeile 5vu	„empirischen Verteilungsfunktionen $F_n$ und $\tilde{F}_n$ “ (statt $F_n$ und $\tilde{F}$ )
S. 468, Zeile 4v.u.	Ersetze $V_T^1(\langle F, G \rangle_T)$ durch $V_T^1(\langle F, G \rangle)$ .
S. 469, Zeile 17	Vor der zweiten Summe muss eine 2 eingefügt werden.
S. 469, Zeile 21	$Y_n$ statt $V_n$ .
S. 469, Zeile 30	Gleichheitszeichen am Anfang der Zeile einfügen.
S. 471, Zeile 7	Ersetze $\mathbb{R}^d$ durch $\mathbb{R}^3$ .
S. 472, Zeile -5	Ersetze $(a_{k+1} - a_0)$ durch $(a_{k+1} - a_k)$ .
S. 473, Zeile 13	Ersetze $\sum_{t \in \mathcal{P}_{s,T}^n}$ durch $\sum_{t \in \mathcal{P}_{s',T}^n}$ .
S. 473, Zeile 17	Ersetze $\sum_{t \in \mathcal{P}_{s,T}^n}$ durch $\sum_{t \in \mathcal{P}_{s',T}^n}$ und $\mathcal{F}_s$ durch $\mathcal{F}_{s'}$ .
S. 473, Zeile 18	Ersetze $M_T - M_s$ durch $M_T - M_{s'}$ und $\mathcal{F}_s$ durch $\mathcal{F}_{s'}$ .
S. 474, Zeile 15	Ersetze $M_T$ durch $M_T^2$ .
S. 475, Zeile 6v.u.	Ersetze $M_{\tau_0 \wedge \tau_n \wedge t}^2$ durch $M_{\tau_0 \wedge \tau_n \wedge t}^2$ .

S. 480, Zeile 26	$\text{Var}[X] < \infty$ (statt $\text{Var}[X] < 1$ )
S. 481, Zeile 11	Im trivialen Fall $m = 0$ kann $\theta = \delta_{(-1,0)}$ gewählt werden. Für den Rest des Beweises wird $m > 0$ angenommen.
S. 482, Zeile 11	$\{\tau \leq t\} = \left\{ \sup_{s \in [0,t]} B_s \geq \Xi_v \right\} \cup \left\{ \inf_{s \in [0,t]} B_s \leq \Xi_u \right\} \in \mathcal{F}_t.$
S. 490, Zeile 3	Ersetze $\frac{1}{\sqrt{2\pi n}}$ durch $\frac{1}{x\sqrt{2\pi n}}$ .
S. 493, Zeile 14	$\text{Var}[\hat{X}_1]$ statt $\text{Var}[X_1]$ .
S. 495, Zeile 5 v.u.	$\inf J(\overline{B_\delta(x)})$ statt $\inf I(\overline{B_\delta(x)})$ .
S. 496, Zeile 14ff	Die Ratenfunktion ist nur dann endlich, wenn die Zufallsvariable $X_1$ beliebig große und kleine Werte annehmen kann. Andernfalls kann $I$ etwa wie in (23.6) aussehen und ist dann auch nicht notwendigerweise stetig. Konkret zu ändern sind:
S. 496, Zeile 18f	Ersetze $\lim$ durch $\liminf$ .
S. 496, Zeile 19	letzten Ausdruck „ $= -I(x)$ “ löschen.
S. 496, Zeile 20	Ersetze $\lim$ durch $\liminf$ und $=$ durch $\geq$ .
S. 497, Zeile 6	„ $x \geq 0, x \in U$ , so dass $I(x) < \infty$ “.
S. 497, Zeile 7	„ $(x - \varepsilon, x + \varepsilon) \subset U$ “.
S. 497, Zeile 8	Ersetze $\lim$ durch $\liminf$ und „ $= I(x - \varepsilon)$ “ durch „ $\geq I(x)$ “. (Die strikte Ungleichung ist richtig, weil $I$ konvex ist und $I(x) < \infty$ .)
S. 497, Zeile 11,12,13	Ersetze $\lim$ durch $\liminf$ .
S. 497, Zeile 15	Ersetze Formelzeile und die zwei Textzeilen danach durch $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log P_n(U) \geq -\inf I(U).$ Damit ist die untere Schranke (LDP 1) gezeigt. <span style="float: right;">◇</span>
S. 501, Zeile 1vu	Ersetze $\inf_{\mu} I$ durch $\inf I_{\mu}$ .
S. 502, Zeile 2	Ersetze $\geq$ durch $\leq$ .
S. 504, Zeile 9	Ersetze $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$ durch $\limsup_{\varepsilon \rightarrow 0}$ .
S. 504, Zeile 12f	Ersetze $x \in I$ durch $x \in E$ und $\phi(x) - \delta$ durch $\phi(x) + \delta$ .
S. 506, Zeile 7	$I^\beta(x) = \beta \cdot (F^\beta(x) - \inf_{y \in \mathcal{M}_1(\Sigma)} F^\beta(y))$ .
S. 508, Zeile 22	(23.24) statt (23.23).

S. 510, Zeile 5	Man kann sich überlegen, dass $\mathcal{M}(E) \in \tilde{\mathbb{M}}$ gilt. Daher sind im folgenden alle Wahrscheinlichkeiten etc. wohldefiniert.
S. 513, Zeile 21ff	Ersetze zweimal $2^{-n}\mu(A)$ durch $1 - \exp(2^{-n}\mu(A))$ .
S. 517, Zeile 12	$(Y_x)_{x \in E}$ soll unabhängig von $X$ sein.
S. 518, Zeile 2	Im Ausdruck $X^\kappa(A)$ : lösche $(A)$ .
S. 518, Zeile 11vu	Ersetze $\nu \in E$ durch $\nu \in \mathcal{M}_1(E)$ .
S. 519, Zeile 30	Ersetze $[0, 1]$ durch $[0, 1]^n$ .
S. 520, Zeile 7vu	Ersetze $(s_j/s)$ durch $s_j$ .
S. 520, Zeile 14	Definiere $\Delta'_n$ als $\Delta'_n := \{(x_1, \dots, x_{n-1}) \in (0, 1)^{n-1} : \sum_{i=1}^{n-1} x_i < 1\}$ .
S. 520, Zeile 17	Ersetze $\Delta'_{n-1}$ durch $\Delta'_n$ .
S. 521, Zeile 6	Ersetze $V_1, V_2, \dots$ durch $V_1, \dots, V_{n-1}$ .
S. 521, Zeile 8	Ersetze $n - 2$ durch $n - 1$ .
S. 523, Zeile 4	Ersetze $X^{n,1} = (X_{I_1^n}^n, X_2, \dots$ durch $\hat{X}^{n,1} = (X_{I_1^n}^n, X_1^n, X_2^n, \dots$
S. 523, Zeile 8	Ersetze $X^{n,1}$ durch $\hat{X}^{n,1}$ .
S. 524, Zeile 16	$(\alpha, \theta)$ statt $(\theta, \alpha)$ .
S. 524, Zeile 6v.u.	Ersetze PD durch GEM.
S. 524, Zeile 5v.u.	Ersetze Theorem 25 durch Theorem 3.2.
S. 530, Zeile 9	Ersetze $\Omega \times [0, t]$ durch $\Omega \times [0, t] \rightarrow E$ .
S. 530, Zeile 11	Ersetze $H_t(\omega)$ durch $X_t(\omega)$ .
S. 530, Satz 25.8	Lösche „f.s.“
S. 532, Zeilen 3,6	Ersetze $I^W(H^{(t)})$ durch $I_\infty^W(H^{(t)})$ .
S. 532, Zeile 7	$\int_s^t H_r dW_r$ (statt $dW_s$ )
S. 532, Zeile 11	$\mathbf{E}[I_\infty^W(H^n)   \mathcal{F}_t]$ statt $\mathbf{E}[I_\infty^W(H)   \mathcal{F}_t]$
S. 539, Zeile 24	Ersetze $\mathcal{P}_T$ durch $\mathcal{P}_T^n$ .
S. 540, Zeile 1	Ersetze erstes „=“ durch „-“.
S. 540, Zeile 5	Ersetze $F(M_s)$ durch $F'(M_s)$ .
S. 540, Zeile 3v.u.	Ersetze $F(X_t) - F(X_0)$ durch $F(X_T) - F(X_0)$ .
S. 540, Zeile 1v.u.	Ersetze $\langle X \rangle_t$ durch $\langle X \rangle_T$ .
S. 542, Zeile 7vu	$t \mapsto \langle M \rangle_t$ statt $t \mapsto \langle M \rangle$ .
S. 542, Zeile 7vu	Ergänze „und $M_0 = 0$ “.

S. 543, Zeile 3	Ersetze „ $= T$ “ durch „ $\leq T$ “.
S. 544, Zeile 12	Ersetze $\sigma_s^{i,l}$ durch $\sigma_s^{l,i}$ .
S. 544, (25.16)	Ersetze $\int_0^t$ durch $\int_0^T$ (drei Mal).
S. 545, Zeile 5	Ersetze $F$ durch $(F(W_t))_{t \geq 0}$ .
S. 546, (25.19)	$\mathbf{E}_x[\tau_{((-a,a) \times \mathbb{R}^{d-1})^c}]$ statt $\mathbf{E}_x[\tau_{G^c} \leq \tau_{((-a,a) \times \mathbb{R}^{d-1})^c}]$ .
S. 547, (25.21)	Rechter Term ist $u(W_0) + \sum_{k=1}^d \int_0^t \partial_k u(W_s) dW_s^k$ .
S. 547, Zeile 10	Im Integral fehlt „ $ds$ “.
S. 549, Zeile 7vu	Ersetze $d = 2$ durch $d \leq 2$ .
S. 549, Zeile 3vu	Ersetze auf der rechten Seite $\ W_t\  < r$ durch $\ W_t\  \leq s$ .
S. 554, (26.5)	Obere Summationsgrenze der zweiten Summe ist $m$ (nicht $n$ ).
S. 554, Zeile 1v.u.	$\mathbf{E}[\int_0^T \sum_{j=1}^m H_{ij}^2(s) ds]$ statt $\mathbf{E}[\int_0^T \sum_{j=1}^m H_{ij}^2(s)] ds$ .
S. 555, Zeile 2	dito
S. 558, Zeile 16	In der rechten Ungleichung fehlt rechts der Faktor $K$ .
S. 561, Zeile 6	Ersetze $\mathbf{1}_{(0,\infty)}$ durch $\mathbf{1}_{[0,\infty)}$ .
S. 561, Zeile 16	Ersetze (26.3) durch (26.17).
S. 561, Zeile 14.	Ersetze $\int_0^1$ durch $\int_0^t$ .
S. 569, Zeilen 11,12	$x^{Y_t}$ statt $x^{N_t}$
S. 570, Zeile 14	<b>und</b> quadratischem Variationsprozess
S. 572, Zeile 21	$E' := (\mathbb{N}_0)^S$ (statt $E' := S^{\mathbb{N}_0}$ )
S. 573, Zeile 3	$\varphi \in (\mathbb{N}_0)^S$ (statt $\varphi \in S^{\mathbb{N}_0}$ )
S. 583, Zeile 16	... $\mathcal{A}$ und $\mathcal{A}'$ (statt „ $\mathcal{A}$ und $\mathcal{A}'$ “)