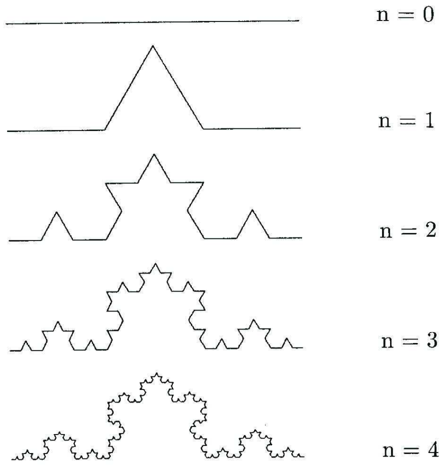
Übungen zu „Theorie ungeordneter Systeme“

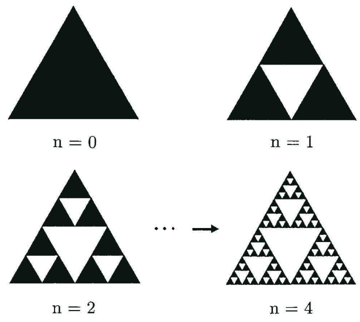
Prof. Walter Schirmacher,WS 2009/10

Blatt 2

1) Fraktale Dimension



Die ersten 4 Iterationen der Kochkurve



Die ersten 4 Iterationen des Sierpinskidreiecks

Berechnen Sie durch direkte Iteration die fraktale Dimension d_f

a) der Kochkurve;

b) des Sierpinskidreiecks

nach der Skalenrelation $M(bL) = aM(L)$, wobei $a = b^{d_f}$ der Skalenfaktor ist, um den sich die „Masse“ bei Skalierung um den Faktor b verändert.

2) Laplacetransformation

Die Laplace-Transformation einer Funktion $f(t)$ ist definiert

$$\mathcal{L}\{f(t)\} \equiv f(p) = \int_0^\infty \mathrm{d}t e^{-pt} f(t)$$

, wobei p eine komplexe Zahl ist, deren Realteil > 0 ist.

a) Zeigen Sie durch partielle Integration, dass gilt

$$\mathcal{L}\{\dot{f}(t)\} = pf(p) - f(t=0)$$

b) Zeigen Sie

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f(t)=e^{-\lambda t}\} &= \frac{1}{p+\lambda} \\ \mathcal{L}\{f(t)=t^n\} &= \frac{n!}{p^{n+1}} \quad n \text{ ganzzahlig}, > 0 \end{aligned}$$

c) Verallgemeinern Sie den zweiten Teil von b) auf $n \to x$, wobei x eine beliebige reele Zahl ist.

d) Lösen Sie die Differentialgleichung $\dot{f}(t) + \lambda f(t) = 0$, indem Sie (i) Laplacetransformieren, (ii) nach $f(p)$ auflösen und (iii) wieder zurück transformieren.