Übungen zu „Theorie ungeordneter Systeme“

Prof. Walter Schirmacher,WS 2009/10

Blatt 5

1) Selbstkonsistente Born-Approximation für das Anderson-Modell

Wir betrachten das Anderson-Modell mit fluktuierenden On-site-Energien E_i

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{V} = \sum_i E_i |i><i| + t \sum_{\substack{i \neq j \\ \text{n.N}}} |i><j|$$

Die gemittelte Greensche Funktion im $\mathbf{k}$-Raum werde durch eine $\mathbf{k}$-unabhängige Selbstenergie $\Sigma(z)$ dargestellt:

$$G(\mathbf{k}, z) = \langle <\mathbf{k}|[z - \mathcal{H}]^{-1}|\mathbf{k}> \rangle = \frac{1}{E - E(\mathbf{k}) - \Sigma(z)}$$

wobei $E(\mathbf{k}) = -2t \sum_{i=x,y,z} cos(k_i a)$ die geordnete Bandstruktur ist, die zur geordneten Greenschen Funktion

$$G_0(\mathbf{k}, z) = \frac{1}{E - E(\mathbf{k})} \qquad G_0(z) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{E - E(\mathbf{k})}$$

gehört, wobei die Summe über die 1. Brillouin-Zone des einfach-kubischen Gitters geht.

a) Leiten Sie wie in der Vorlesung die selbstkonsistente Born-Approximation (SCBA) her:

$$\Sigma(z) = <(E_i)^2> \underbrace{\sum_{\mathbf{k}} G(\mathbf{k}, z)}_{G_0\left(z - \Sigma(z)\right)}, .$$

b) Verifizieren Sie für die Hubbard-Funktion der halben spektralen Bandbreite B

$$G_H(z) = \frac{2}{z \pm \sqrt{z^2 - B}}$$

die Relation

$$G_H(z) = \frac{1}{z - \frac{B^2}{4} G_H(z)} .$$

c) Ersetzen Sie in der SCBA die Funktion $G_0(z)$ durch $G_H(z)$ mit derselben spektralen Bandbreite und zeigen Sie, dass in dieser Vereinfachung die SCBA nur auf eine Verbreiterung des Spektrums hinausläuft.

2) Zusammenhang zwischen CPA und SCBA

a) Zeigen Sie, dass zur CPA-Gleichung

$$\left\langle \frac{[E_i - \Sigma(z)]}{1 - [E_i - \Sigma(z)] G_0(z - \Sigma(z))} \right\rangle$$

folgende Gleichung äquivalent ist:

$$\Sigma(z) = \left\langle \frac{E_i}{1 - [E_i - \Sigma(z)] G_0(z - \Sigma(z))} \right\rangle$$

b) Leiten Sie nun einen Zusammenhang zwischen SCBA und CPA her, in dem Sie nach Fluktuationen von E_i und nach $\Sigma(z)$ entwickeln.