

Übungen zu „Theorie ungeordneter Systeme“

Prof. Walter Schirmacher, WS 2009/10

Blatt 8

1) Longitudinale und transverse Wellen in der Elastizitätstheorie

Die 3 kartesischen Komponenten des Auslenkungsvektors $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ gehorchen der Bewegungsgleichung

$$\rho \ddot{u}_i(\mathbf{r}, t) = \sum_{\ell=1}^3 \left[\lambda \partial_i \partial_\ell + \mu (\partial_\ell \partial_i + \nabla^2 \delta_{i\ell}) \right] u_\ell(\mathbf{r}, t). \quad (1)$$

Es werden nun longitudinale (L) und transversale (T) Lösungen von (1) definiert durch

$$\nabla \times \mathbf{u}_L = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{u}_T = 0$$

a) Zeigen Sie

$$\partial_i u_{\ell,L} = \partial_\ell u_{i,L}$$

b) Zeigen Sie, dass es eine linear unabhängige longitudinale Lösung, aber zwei linear unabhängige transversale Lösungen von (1) gibt.

c) Geben Sie die longitudinale und transversale Schallgeschwindigkeit an.

2) 2-site CPA für ein perkolierendes Gitter

Betrachten Sie ein einfach-kubisches Gitter, auf dem mit der Konzentration p Bindungen „ausgewürfelt“ werden. Entlang der Bindungen seien die auf den Gitterplätzen befindlichen Massen ($m=1$) mit Federn der Richtgröße K_0 verbunden, d.h. es gelte

$$P(K) = p\delta(K - K_0) + (1 - p)\delta(K)$$

a) Schreiben Sie die 2-site CPA-Gleichung

$$\left\langle \frac{K - \Gamma(p, z)}{1 + (K - \Gamma(p, z)) \frac{2}{Z\Gamma(p, z)} (1 - zG_{ii}(z))} \right\rangle = 0$$

für diesen Fall hin

b) Bestimmen Sie die konzentrationsabhängige Schallgeschwindigkeit

$$v(p) = \sqrt{\Gamma(p, 0) a^2}$$

aus der CPA-Gleichung mit $z = 0$.

b) Bestimmen Sie die Perkolationschwelle p_c , unterhalb der die Schallgeschwindigkeit $v = 0$ ist, sowie den kritischen (CPA-) Exponenten y nach der Relation

$$v(p) \propto (p - p_c)^y.$$

Bestimmen Sie auch den Proportionalitätskoeffizienten.