Übungen zu „Theorie ungeordneter Systeme“

Prof. Walter Schirmacher,WS 2009/10

Blatt 9

1) Boltzmann-Gleichung in Relaxationszeitnäherung

Die Boltzmanngleichgung für die Phasenraumdichte der Elektronen hat folgende allgemeine Form:

$$\left.\frac{\partial f_{\vec{k}}}{\partial t}\right|_{coll} = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3k' \;\left[W_{\vec{k},\vec{k}'} f_{\vec{k}}\left(1-f_{\vec{k}'}\right) - W_{\vec{k}',\vec{k}} f_{\vec{k}'}\left(1-f_{\vec{k}}\right)\right].$$

Wir betrachten nun ein isotropes Medium, d.h. $W_{\vec{k},\vec{k}'}$ hängt nur vom Winkel zwischen $\vec{k}$ und $\vec{k}'$ ab. Ausserdem beschränken wir uns auf elastische Streuung, d.h. es soll

$$W_{\vec{k},\vec{k}'} = 0 \text{ für } \left|\vec{k}\right| \neq \left|\vec{k}'\right|$$

gelten. Zeigen Sie dann mit dem Ansatz

$$f_{\vec{k}} = f_{\vec{k}}^0 + \vec{k}\cdot\vec{a}\left(\left|\vec{k}\right|\right)$$

wobei $f_{\vec{k}}^0$ die Gleichgewichtsverteilungsfunktion und $\vec{a}\left(\left|\vec{k}\right|\right)$ ein Vektor ist, der vom angelegten elektrischen Feld abhängt, dass

$$\left.\frac{\partial f_{\vec{k}}}{\partial t}\right|_{coll} = -\frac{f_{\vec{k}} - f_{\vec{k}}^0}{\tau\left(\vec{k}\right)}$$

mit

$$\frac{1}{\tau\left(\vec{k}\right)} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \mathrm{d}^3k' \; W_{\vec{k},\vec{k}'}\left(1 - \frac{\vec{k}}{\left|\vec{k}\right|}\cdot\frac{\vec{k}'}{\left|\vec{k}'\right|}\right)$$

gilt.

2) Quanten-Drude-Formel

Man kann zeigen, dass sich die Leitfähigkeit in einem Metall folgendermaßen ausdrücken lässt:

$$\sigma = \frac{2e^2\tau}{3}\int \frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3}\,\vec{v}\left(\vec{k}\right)^2\left(-\frac{\partial f(E)}{\partial E}\right)_{E=E(\vec{k})}$$

darstellen lässt. Zeigen Sie, dass man mit

$$E\left(\vec{k}\right) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

und

$$\vec{v}\left(\vec{k}\right) = \frac{\hbar\vec{k}}{m^*}$$

folgendes für die Leitfähigkeit erhält:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}.$$

Hinweis: Benutzen Sie

$$\hbar\vec{v}\left(\vec{k}\right)\left(\frac{\partial f(E)}{\partial E}\right)_{E=E(\vec{k})} = \frac{\partial}{\partial\vec{k}} f\left(E\left(\vec{k}\right)\right)$$

(bitte herleiten!) und führen Sie in (6) eine partielle Integration durch.