

Übungen zur Vorlesung Theorie II (Elektrodynamik)

Blatt 4

Quickies:

35. Was versteht man unter Polarisierung?
36. Was versteht man unter Magnetisierung?
37. Wie lauten die makroskopischen Maxwellgleichungen in isolierenden Medien? Woher kommen die Unterschiede zum Vakuum?
38. Was ist die dielektrische Verschiebung und wie hängt sie mit dem elektrischen Feld zusammen?
39. Wie hängen magnetisches Feld und magnetische Induktion zusammen und was ist das?
40. Was ist die Dielektrizitätsfunktion?
41. Was ist die magnetische Permeabilität?
42. Diskutieren Sie die Frequenzabhängigkeit von $\epsilon(\omega)$. Was kann man daraus über das Medium lernen?
43. Wie lautet der Poyntingsche Satz in Medien für langsam veränderliche Felder?
44. Welche Randbedingungen müssen die Felder $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{H}$ und $\vec{B}$ an Grenzflächen zwischen isolierenden Medien erfüllen?
45. Wie lauten die Randbedingungen an der Grenzfläche zu Leitern im statischen Fall?
46. Wie lauten die Randbedingungen an der Grenzfläche zu Leitern im dynamischen Fall (bei hochfrequenten elektromagnetischen Feldern?)
47. Wie funktioniert ein Faraday-Käfig?
48. Wie funktioniert magnetische Abschirmung?

Aufgaben (abzugeben bis 29. Mai, 13:00 Uhr, im roten Kasten 34, Erdgeschoss Physik-Gebäude)

Aufgabe 11) Dielektrika (10 Punkte)

Zwei lange, leitende, koaxiale Zylinder mit den Radien $a < b$ werden senkrecht in ein flüssiges, isolierendes Dielektrikum getaucht. Außerhalb der Flüssigkeit sei die Dielektrizitätskonstante $\epsilon = 1$. Der äußere Zylinder ist geerdet. Wird zwischen den Zylindern eine Spannung V angelegt, so steigt die Flüssigkeit zwischen ihnen bis zu einer Höhe h . Diesen Effekt kann man nutzen, um die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit zu messen.

- (a) Berechnen Sie die Ladungsdichten innen und außen auf beiden Zylindern sowie das elektrische Feld als Funktion von V .

- (b) Zeigen Sie, daß die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit durch

$$\varepsilon = 1 + 4\pi \frac{(b^2 - a^2) \rho g h \ln(b/a)}{V^2}$$

gegeben ist. Hier ist ρ die Massendichte der Flüssigkeit und g die Erdbeschleunigung.

Hinweis: Die Höhe h stellt sich so ein, dass die Gesamtenergie des Systems minimiert wird.

Aufgabe 12) Spiegelladungen (10 Punkte)

Zwei Medien mit Dielektrizitätskonstanten ϵ_1 und ϵ_2 sind durch eine Ebene bei $z = 0$ voneinander getrennt. Am Ort $\vec{r}' = (x', y', z')$ mit $z' > 0$ befindet sich eine Punktladung q . Berechnen Sie das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ (mit $\vec{E} = -\nabla\Phi$) im ganzen Raum.

Machen Sie dazu folgenden Ansatz:

- Bei $z > 0$ setzt sich $\Phi(\vec{r})$ zusammen aus dem Potential der Ladung q bei $\vec{r}'$, und dem einer zusätzlichen virtuellen Spiegelladung q'' bei $\vec{r}'' = (x', y', -z')$.
- Bei $z < 0$ entspricht $\Phi(\vec{r})$ dem Potential einer Ladung q' bei $\vec{r}'$.

- (a) Diskutieren Sie diesen Ansatz. Warum erfüllt er trotz der Spiegelladungen die Gleichung $\epsilon\Delta\Phi = 4\pi\rho(\vec{r}) = 4\pi q \delta(\vec{r} - \vec{r}')$ im ganzen Raum?
- (b) Stellen Sie die Randbedingungen bei $z = 0$ auf.
- (c) Berechnen Sie den Wert der Spiegelladungen q' und q'' aus den Randbedingungen.

Aufgabe 13) Homogen magnetisierte Kugel (10 Punkte)

Berechnen Sie das Magnetfeld und die magnetische Induktion einer Kugel des Radius R mit homogener, fester Magnetisierung $\vec{M}$, innerhalb und außerhalb der Kugel. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor.

- (a) Zeigen Sie: Es gibt ein skalares Potential $\Phi_M(\vec{r})$, so daß $\vec{H} = -\nabla\Phi_M$. Dieses erfüllt innerhalb und außerhalb der Kugel die Laplace-Gleichung $\Delta\Phi_M = 0$.
(Achtung: Innerhalb der Kugel ist $\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}$ nicht proportional zu $\vec{B}$.)
- (b) Wegen $\Delta\Phi_M = 0$ kann man Φ_M gemäß 1.2.3.1 nach Kugelflächenfunktionen entwickeln. Legen Sie die z -Achse in Richtung der Magnetisierung $\vec{M}$, so daß Sie die Zylindersymmetrie des Systems ausnützen können. Zeigen, Sie, dass die Entwicklung dann die folgende Form hat:

$$\begin{aligned} \Phi_M &= \sum_l A_l r^l Y_{l0}(\theta, \phi) && \text{innerhalb der Kugel, und} \\ \Phi_M &= \sum_l C_l r^{-(l+1)} Y_{l0}(\theta, \phi) && \text{außerhalb der Kugel.} \end{aligned}$$

- (c) Stellen Sie die Randbedingungen für Φ_M an der Oberfläche der Kugel auf. Berechnen Sie daraus A_l und C_l .

Sie erhalten $A_1 = C_1/R^3 = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} M$ und $A_l = C_l = 0$ für alle $l \neq 1$.

- (d) Zeigen Sie mit Hilfe der Lösung aus (c), daß $\vec{B}$ und $\vec{H}$ in der Kugel homogen sind, und außerhalb der Kugel genau dem Feld eines Dipols entsprechen.

Hinweis: Der Nabla-Operator in Kugelkoordinaten lautet $\nabla = \vec{e}_r \partial_r + \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \partial_\theta + \vec{e}_\phi \frac{1}{r \sin(\theta)} \partial_\phi$