

Übungen zur Vorlesung "Elektrodynamik"

Präsenzübung – Mathematische Voraussetzungen

Besprechung im Tutorium in der Woche nach dem 1. Mai

Präsenzaufgabe 1) Nabla-Operator I

Zeigen Sie für zweimal differenzierbare Skalarfelder $\Phi(\vec{r})$ und Vektorfelder $\vec{V}(\vec{r})$:

- (a) $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{V} = 0$
- (b) $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \Phi = 0$
- (c) $\nabla \times (\nabla \times \vec{V}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{V}) - \Delta \vec{V}$

Präsenzaufgabe 2) Nabla-Operator II

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{V} = (y^2 z^2, x^2 z^2, x^2 y^2)$. Berechnen Sie

- $(\nabla \times \vec{V})$.
- $(\nabla \cdot \vec{V})$.
- $\Delta \vec{V}$
- $\nabla \times (\nabla \times (\nabla \times (\nabla \times \vec{V})))$.

Präsenzaufgabe 3) Laplace-Operator

Berechnen Sie $\Delta \ln(r)$ in zwei und drei Raumdimensionen für $r \neq 0$. (Hier ist $r = |\vec{r}|$).
(Hinweis: Verwenden Sie Kugelkoordinaten.)

Aufgabe 60) Gaußscher Integralsatz (8 Punkte)

Betrachten Sie ein kompaktes Gebiet mit Volumen V und glattem Rand ∂V . Zeigen Sie mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes:

- (a) Den Volumensatz: $V = \frac{1}{3} \int_{\partial V} d\vec{A} \cdot \vec{r}$.
- (b) Für differenzierbare Vektorfelder $\vec{F}(\vec{r})$ gilt die Identität

$$\int_V dV \nabla \times \vec{F} = \int_{\partial V} d\vec{A} \times \vec{F}$$

(Hinweis: Wenden Sie zuerst den Gaußschen Satz für ein Vektorfeld $\vec{V} = \vec{F} \times \vec{a}$ an mit frei wählbarem Vektor $\vec{a}$.)