

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"**Blatt 1**

Aufgaben (abzugeben in der Vorlesung vom 2. Mai 2014)

Aufgabe 1) Berechnungen (4+4 Punkte)

- a) Berechnen Sie $\sum_{k=1}^n (2k - 1)$.
b) Zeigen Sie die folgende Relation:

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} \quad (1)$$

Aufgabe 2) Vollständige Induktion I (4+4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Methode der vollständigen Induktion

- a) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
b) $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n 2^{n-1}$ (Hinweis: Verwenden Sie die Relation (1) aus Aufgabe 1b))

Aufgabe 3) Vollständige Induktion II (4 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion $\frac{n}{2} < \sum_{k=1}^{2^n-1} \frac{1}{k} \geq n$

Aufgabe 4) Ringe (8 Punkte)

Sei R ein Ring. Zeigen Sie, dass die Menge der Polynome $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ mit $a_k \in R$, $n \in \mathbb{N}_0$ beliebig, x ein Symbol, auch ein Ring ist.