

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"**Blatt 2****Aufgaben** (abzugeben vor der Vorlesung vom 9. Mai 2014)**Aufgabe 5) Verlauf von Funktionen** (8 Punkte)

Skizzieren Sie den Verlauf der folgenden Funktionen $f(x)$ im angegebenen Bereich für x (bitte auch die y -Achse beschriften).

- a) die Gaußverteilung: $f(x) = \exp(-x^2)$ für $x \in [-10 : 10]$
- b) die Lorentzverteilung: $f(x) = 1/(1 + x^2)$ für $x \in [-2 : 2]$
- c) die Bose-Einstein Verteilung: $f(x) = 1/(e^x - 1)$ für $x \in [0 : 10]$
- d) die Fermi-Dirac Verteilung: $f(x) = 1/(e^x + 1)$ für $x \in [-10 : 10]$
- e) die sinc Funktion: $f(x) = \sin(x)/x$ für $x \in [-10 : 10]$
- f) $f(x) = \arctan(x)$ für $x \in [-10 : 10]$
- g) $f(x) = \exp(-1/x)$ für $x \in [0 : 10]$
- h) $f(x) = x^x$ für $x \in [0 : 2]$

Hinweis: Sie können sich die Funktionen z.B. unter www.wolframalpha.com online anschauen.
Hinweise zur Syntax z.B. unter

www.wolframalpha.com/examples/PlottingAndGraphics.html

Spielen Sie mit der Seite herum, und schauen Sie sich auch andere Funktionen an.

Aufgabe 6) Funktionen (8 Punkte)

- a) Zeigen Sie: ${}_b \log e = 1/\ln(b)$; Berechnen Sie ${}_b \log b$.
- b) Zeigen Sie: $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2} - 1} = \sqrt[3]{1/9} - \sqrt[3]{2/9} + \sqrt[3]{4/9}$
- c) Zeigen Sie: $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- d) Zeigen Sie: $\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$

Aufgabe 7) Logarithmus (4 Punkte)

Betrachten Sie folgenden "Beweis" für die Behauptung $2 > 3$. Wo steckt der Wurm?

$$\begin{aligned} 1/4 &> 1/8 \\ \Rightarrow (1/2)^2 &> (1/2)^3 \\ \Rightarrow \ln(1/2)^2 &> \ln(1/2)^3 \\ \Rightarrow 2 \ln(1/2) &> 3 \ln(1/2) \\ \Rightarrow 2 &> 3 \checkmark ? \end{aligned}$$

Aufgabe 8) Grenzwerte (8 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + 1}{bx^2 - 1}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{1 - x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x} (\sin x)^n$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \exp(2x+1)}{(x-1)^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} x \ln(x)$

h) $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} x^x$

Erinnerung: Hyperbolische Funktionen

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(\exp(x) - \exp(-x))$$

$$\cosh(x) = \frac{1}{2}(\exp(x) + \exp(-x))$$

$$\tanh(x) = \sinh(x) / \cosh(x)$$

$\operatorname{arsinh}(x)$, $\operatorname{arcosh}(x)$, $\operatorname{artanh}(x)$ sind die entsprechenden Umkehrfunktionen.