

## Übungen zur Vorlesung "Mathematische Rechenmethoden"

### Blatt 3

**Aufgaben** (abzugeben vor der Vorlesung vom 16. Mai 2014)

**Aufgabe 9) Rechnen mit komplexen Zahlen** (8 Punkte)

- (a) Betrachten Sie die komplexe Zahl  $c = (1 + 2i)/(1 - i)$ . Berechnen Sie
- die Komplexkonjugierte  $c^*$
  - den Betrag  $|c|$
  - den Realteil  $\Re(c)$  und den Imaginärteil  $\Im(c)$
  - das Argument von  $c$ .
- (b) Berechnen Sie
- $\sqrt[3]{1 - i}$ ,
  - $\ln(2i)$
  - $i^i$
  - $\cos(\pi + i\pi)$

Hinweise:

- In manchen Fällen empfiehlt sich die Benutzung der Polardarstellung  $z = r \exp(i\phi)$ :
- Für allgemeine komplexe  $z$  ist (siehe Vorlesung)  $\cos(z) = \frac{1}{2}(\exp(iz) + \exp(-iz))$

**Aufgabe 10) Komplexe Zahlen in der Zahlenebene** (8 Punkte)

Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge der Zahlen  $z = x + iy$ , die folgende Bedingung erfüllen:

- (a)  $(z^2)^* = z^2$   
 (b)  $|z - i| = 1$   
 (c)  $z^5 = 32$   
 (d)  $|z/z^*| = 1$

**Aufgabe 11) Trajektorien I** (8 Punkte)

Ein Teilchen bewege sich in der  $(x, y)$ -Ebene als Funktion der Zeit  $t$  so, dass man die Bewegung durch die folgende Gleichung beschreiben kann:

$$z(t) = x(t) + iy(t) = \exp(2it)$$

- (a) Zeichnen Sie die Trajektorie in der Ebene. Welche Bewegung wird beschrieben?  
 (b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung sowie den Betrag von Geschwindigkeit und Beschleunigung als Funktion der Zeit  $t$ .

**Aufgabe 12) Trajektorien II** (4 Punkte)

Die Bewegung eines anderen Teilchens werde durch die folgende Funktion beschrieben.

$$z(t) = x(t) + iy(t) = (i + 2t)/(t + i)$$

Berechnen Sie den Betrag der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit.